

Ejercicios de Repaso de Matemáticas (4º ESO OPCIÓN A)

Ladislao Jáñez Blanco

Bloque I: Números Reales y Notación Científica (Ejercicios 1 - 20)

1. Clasificación y Fracción Generatriz

- Clasifica los números $A = 2,545454\dots$ y $B = \sqrt{10}$ (Exacto, Periódico, Irracional).
- Halla la fracción generatriz irreducible de A .
- Expresa A con tres cifras decimales redondeadas y calcula el error absoluto.

2. Fracción Generatriz

- Halla la fracción generatriz de $N_1 = 0,35$.
- Halla la fracción generatriz de $N_2 = 5,\overline{1}$.
- Halla la fracción generatriz de $N_3 = 1,2\overline{7}$.

3. Tipos de Números

- ¿Cuál es el número racional que genera $4,0\overline{5}$?
- ¿Cuál es el número irracional entre 3 y 4 más cercano a $\sqrt{15}$?
- Simplifica $\frac{4}{5} + \frac{1}{2,5}$ y clasifica el resultado.

4. Notación Científica (Expresión)

- Expresa $1.230.000.000$ en notación científica.
- Expresa $0,00000000405$ en notación científica.
- Expresa $54,7 \cdot 10^{-6}$ en notación científica estándar.

5. Suma y Resta NC

- Calcula: $(5,2 \cdot 10^7) + (3,0 \cdot 10^6)$.
- Calcula: $(9,1 \cdot 10^{-4}) - (8,5 \cdot 10^{-5})$.
- Expresa el resultado de (a) con dos cifras significativas.

6. Producto y Cociente NC

- Multiplica: $(4,0 \cdot 10^{13}) \cdot (2,5 \cdot 10^{-7})$.
- Divide: $\frac{6,8 \cdot 10^{-5}}{1,7 \cdot 10^2}$.
- Realiza la operación y expresa en NC: $(10^5)^3 \cdot 10^{-12}$.

7. Operaciones Combinadas NC I

- $\frac{3,5 \cdot 10^{10}}{7,0 \cdot 10^4 - 2,0 \cdot 10^3}$
- $\frac{(2 \cdot 10^{-3})^2}{5 \cdot 10^{-5}}$
- Expresa el resultado de (a) con tres cifras decimales.

8. Operaciones Combinadas NC II

- $\frac{1,2 \cdot 10^{15} + 8,0 \cdot 10^{14}}{4,0 \cdot 10^5}$

- (b) Simplifica y expresa en NC: $(0,001)^2 \cdot 10^8$.
 (c) Multiplica $2,5 \cdot 10^4$ por la décima parte de $5 \cdot 10^{-3}$.

9. Problema de Masas

- (a) La masa de un electrón es $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg. ¿Cuánto pesan 5 billones de electrones ($5 \cdot 10^{12}$)?
 (b) ¿Cuántos electrones se necesitan para sumar 1 kg?
 (c) Expresa la masa de un electrón en mg y en NC.

10. Problema de Distancia y Velocidad

- (a) Una nave viaja a $2,5 \cdot 10^4$ km/h. ¿Cuántos km recorre en un año (considera $8,76 \cdot 10^3$ h)?
 (b) Expresa la distancia del Sol a la Tierra ($1,5 \cdot 10^{11}$ m) en km.
 (c) ¿Cuánto tiempo tardaría la nave de (a) en recorrer la distancia de la Tierra al Sol? (Resultado en horas).

11. Fracción Generatriz (Mixto)

- (a) Halla la fracción generatriz de $N_4 = 0,0\overline{15}$.
 (b) Halla la fracción generatriz de $N_5 = -3,12\overline{3}$.
 (c) Clasifica el resultado de $\frac{2}{3} + 0,5$.

12. Errores I

- (a) El valor real es $V_R = 15$ m y la medida $M = 15,3$ m. Calcula el Error Absoluto (E_A).
 (b) Calcula el Error Relativo (E_R).
 (c) Expresa E_R como porcentaje.

13. Errores II

- (a) Calcula el E_A cometido al redondear $N = 3,14159$ a las centésimas.
 (b) Calcula el E_R cometido en la aproximación de (a).
 (c) Se redondea 0,00561 a la milésima. ¿Cuál es la aproximación?

14. Errores III

- (a) Compara la precisión de $M_1 (E_R = 0,035)$ y $M_2 (E_R = 0,0035)$.
 (b) Calcula el E_A al truncar $\frac{4}{7}$ a la milésima.
 (c) Redondea el resultado de $\frac{1}{6}$ a la cuarta cifra decimal.

15. Simplificación y NC

- (a) Simplifica $\frac{1,2 \cdot 10^{-1} + 0,3 \cdot 10^{-2}}{6 \cdot 10^{-4}}$.
 (b) ¿Qué número es $\frac{1}{4} \cdot 10^5$ en notación ordinaria?
 (c) ¿Cuál es la fracción irreducible de $0,\overline{9}$?

16. Problema de Densidad

- (a) Un objeto tiene una masa de $3,5 \cdot 10^{-3}$ kg y un volumen de $5 \cdot 10^{-6}$ m³. Calcula su densidad (masa/volumen).
 (b) Expresa la densidad en g/cm³.
 (c) Si otro objeto tiene el triple de masa y el doble de volumen, ¿cuál es su densidad en NC?

17. Problema de Área

- (a) Un terreno rectangular mide $1,5 \cdot 10^3$ m de largo y $8 \cdot 10^2$ m de ancho. Calcula el área total en m².
 (b) Expresa el área en hectáreas (1ha = 10^4 m²).
 (c) Si el precio del m² es 50 euros, ¿cuál es el precio total del terreno?

18. Clasificación Detallada

- (a) Clasifica $\frac{7}{4}$, $\sqrt{49}$, y $\sqrt{7}$ en \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{I} .
- (b) Justifica por qué $\sqrt{10} + 3$ es irracional.
- (c) Escribe un número Periódico Mixto cuya parte no periódica tenga dos cifras.

19. Aproximación y Error

- (a) Redondea el número $\frac{17}{3}$ a las milésimas.
- (b) Trunca $\frac{17}{3}$ a las milésimas.
- (c) Calcula el error absoluto entre las dos aproximaciones (a) y (b).

20. Cálculo con Fracciones Generatrices

- (a) Calcula el valor exacto de $0,\overline{3} + 0,1$.
 - (b) Calcula el valor exacto de $1,\overline{9}$.
 - (c) Halla la fracción generatriz de $N_6 = 0,21\overline{4}$.
-

Bloque II: Radicales (Ejercicios 21 - 50)

21. Introducción de Factores I

- (a) Introduce el factor: $5\sqrt{2}$.
- (b) Introduce el factor: $3x^2\sqrt{2x}$.
- (c) Introduce el factor: $\frac{1}{2}\sqrt{8}$.

22. Introducción de Factores II

- (a) Introduce el factor: $2\sqrt[3]{4}$.
- (b) Introduce el factor: $a^2b\sqrt[3]{a^2}$.
- (c) Introduce el factor: $\frac{1}{x}\sqrt{x^3}$.

23. Extracción de Factores I

- (a) Extrae todos los factores posibles: $\sqrt{200}$.
- (b) Extrae todos los factores posibles: $\sqrt{x^7y^3}$.
- (c) Extrae todos los factores posibles: $\sqrt[3]{16a^4}$.

24. Extracción de Factores II

- (a) Extrae todos los factores posibles: $\sqrt{98}$.
- (b) Extrae todos los factores posibles: $\sqrt[4]{32x^5}$.
- (c) Extrae todos los factores posibles: $\sqrt[5]{500}$.

25. Suma y Resta de Radicales I

- (a) Simplifica: $5\sqrt{3} - \sqrt{12} + \sqrt{75}$.
- (b) Simplifica: $\sqrt{48} - 2\sqrt{27} + 5\sqrt{3}$.
- (c) Simplifica: $\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{2}$.

26. Suma y Resta de Radicales II

- (a) Simplifica: $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{16}$.
- (b) Simplifica: $\frac{1}{2}\sqrt{24} + \sqrt{6}$.
- (c) Simplifica: $2\sqrt{28} - 5\sqrt{63}$.

27. Producto de Radicales (Igual Índice)

- (a) Simplifica: $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$.
- (b) Simplifica: $\sqrt{2x^3} \cdot \sqrt{8x}$.
- (c) Simplifica: $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$.

28. Producto de Radicales (Distinto Índice)

- (a) Simplifica: $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4}$.
- (b) Simplifica: $\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^3}$.
- (c) Simplifica: $\sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}$.

29. Cociente de Radicales (Igual Índice)

- (a) Simplifica: $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$.
- (b) Simplifica: $\frac{\sqrt{x^5}}{\sqrt{x^3}}$.
- (c) Simplifica: $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$.

30. Cociente de Radicales (Distinto Índice)

- (a) Simplifica: $\frac{\sqrt[4]{a^5}}{\sqrt{a}}$.
- (b) Simplifica: $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt{3}}$.
- (c) Simplifica: $\frac{\sqrt{16x^3}}{\sqrt[4]{x^2}}$.

31. Potencia de Radicales

- (a) Simplifica: $(\sqrt{5})^4$.
- (b) Simplifica: $(\sqrt[3]{x^2})^6$.
- (c) Simplifica: $(\sqrt{2\sqrt{2}})^2$.

32. Raíz de Raíz

- (a) Simplifica: $\sqrt{\sqrt{3^8}}$.
- (b) Simplifica: $\sqrt[3]{\sqrt{x^{12}}}$.
- (c) Simplifica: $\sqrt{a\sqrt{a}}$. (Expresa como un solo radical).

33. Racionalización I (Denominador Monomio)

- (a) Racionaliza: $\frac{3}{\sqrt{6}}$.
- (b) Racionaliza: $\frac{10}{2\sqrt{5}}$.
- (c) Racionaliza: $\frac{x^2}{\sqrt{x}}$.

34. Racionalización II (Denominador Cúbico)

- (a) Racionaliza: $\frac{5}{\sqrt[3]{4}}$.
- (b) Racionaliza: $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$.
- (c) Racionaliza: $\frac{a}{\sqrt[3]{a^2}}$.

35. Racionalización III (Denominador Binomio)

- (a) Racionaliza: $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$.
- (b) Racionaliza: $\frac{4}{2-\sqrt{2}}$.
- (c) Racionaliza: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$.

36. Racionalización IV (Binomio con Binomio)

- (a) Racionaliza: $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$.
 (b) Racionaliza: $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$.
 (c) Racionaliza: $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

37. Operaciones Combinadas I

- (a) $\sqrt{3}(\sqrt{12} + \sqrt{3})$.
 (b) $\frac{\sqrt{18}+\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$.
 (c) Simplifica: $(\sqrt{x} - 1)^2$.

38. Operaciones Combinadas II

- (a) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$.
 (b) $(\sqrt{75} - \sqrt{3})^2$.
 (c) Racionaliza el resultado de (b) y simplifica.

39. Simplificación y Propiedades I

- (a) Simplifica: $\sqrt[3]{\frac{125}{27}}$.
 (b) Simplifica la expresión $\sqrt[4]{(x-1)^8}$.
 (c) Calcula el valor de $\sqrt{0,04}$.

40. Simplificación y Propiedades II

- (a) Simplifica al máximo: $\sqrt{18a^2b^3}$ (con $a, b > 0$).
 (b) Racionaliza y simplifica: $\frac{2}{\sqrt{8}}$.
 (c) Introduce el factor y simplifica: $2\sqrt{\frac{3}{4}}$.

41. Operaciones con Denominador

- (a) Calcula: $\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}$.
 (b) Calcula: $\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{3}$.
 (c) Calcula: $\sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{1}{2} \right)$.

42. Ecuaciones con Radicales I

- (a) Resuelve la ecuación: $\sqrt{x} = 5$.
 (b) Resuelve la ecuación: $\sqrt[3]{x} = -2$.
 (c) ¿Qué valor debe tener x para que $\sqrt{x+2} = 3$?

43. Ecuaciones con Radicales II

- (a) Simplifica al máximo la expresión $\frac{\sqrt{27}}{3}$.
 (b) ¿Es $x = 3$ solución de $\sqrt{2x+3} = x$?
 (c) Descompón $\sqrt{75} + \sqrt{12}$.

44. Racionalización V (Especiales)

- (a) Racionaliza: $\frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{10}}$.
 (b) Racionaliza: $\frac{x}{1-\sqrt{x}}$.
 (c) Racionaliza: $\frac{5}{\sqrt{50}}$.

45. Combinadas con Extracción

- (a) Simplifica: $2\sqrt{24} - \sqrt{54} + \sqrt{6}$.
- (b) Simplifica: $\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{3}$.
- (c) Simplifica: $\sqrt{a^3b} \cdot \sqrt{ab^3}$.

46. Radicales y Fracciones

- (a) Expresa $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$ con exponente fraccionario.
- (b) Expresa $\sqrt{\frac{x^2}{y}}$ simplificando.
- (c) Simplifica: $\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{4}$.

47. Reducción a Índice Común I

- (a) Reduce a índice común: $\sqrt{3}$ y $\sqrt[3]{2}$.
- (b) Reduce a índice común: $\sqrt[4]{a^3}$ y \sqrt{a} .
- (c) Ordene de menor a mayor: $\sqrt{5}$ y $\sqrt[3]{11}$.

48. Reducción a Índice Común II

- (a) Simplifica: $\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x}}$.
- (b) Reduce a índice común y multiplica: $\sqrt{10} \cdot \sqrt[4]{2}$.
- (c) Simplifica: $\sqrt[8]{16}$.

49. Potencias y Raíces

- (a) Simplifica: $\sqrt{3^4 \cdot 5^2}$.
- (b) Simplifica: $\sqrt[3]{\frac{x^9}{y^6}}$.
- (c) ¿Qué valor tiene x si $\sqrt{x^2} = |x|$?

50. Binomios Conjugados

- (a) Racionaliza: $\frac{1}{2\sqrt{3}-1}$.
- (b) Simplifica: $(2 - \sqrt{3})^2$.
- (c) Simplifica: $\frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} + \frac{1+\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}$.

Bloque III: Intervalos, Aproximación y Potencias (Ejercicios 51 - 70)

51. Intervalos y Desigualdades I

- (a) Expresa como intervalo: $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 7\}$.
- (b) Expresa como desigualdad: $(-3, 5]$.
- (c) Representa en la recta real el intervalo de (b).

52. Intervalos y Desigualdades II

- (a) Expresa como intervalo: El conjunto de números mayores que -2 .
- (b) Expresa como desigualdad: $(-\infty, 4)$.
- (c) Expresa como intervalo: El conjunto de números menores o iguales a 10 .

53. Entornos I

- (a) Halla el centro y el radio del intervalo $[1, 9]$.
- (b) Expresa el intervalo $[1, 9]$ en notación de entorno $E(c, r)$.

(c) Expresa el entorno $E(-3, 2)$ en notación de intervalo.

54. Entornos II

(a) Halla el centro y el radio del entorno $\{x \in \mathbb{R} \mid |x - 5| < 1\}$.

(b) Escribe el entorno de centro -1 y radio 3 en notación de desigualdad.

(c) ¿Qué intervalo es la unión de $E(0, 2)$ y $E(3, 1)$?

55. Operaciones con Intervalos

(a) Calcula: $[1, 5] \cap (3, 7]$.

(b) Calcula: $[-2, 2] \cup (0, 4)$.

(c) Calcula: $(-\infty, 3] \cap [-1, \infty)$.

56. Potencias y Exponentes I

(a) Simplifica: $\frac{2^5 \cdot 8^{-1}}{4^3}$.

(b) Simplifica: $(\frac{1}{3})^{-2} \cdot 9^2$.

(c) Deja con exponente positivo: $(x^{-2}y^3)^{-1}$.

57. Potencias y Exponentes II

(a) Simplifica: $\frac{a^3 \cdot (a^{-1})^2}{a^{-4}}$.

(b) Calcula el valor de $9^{1/2} + 8^{2/3}$.

(c) Simplifica: $\frac{5^{2n} \cdot 5}{3^{2n-1}}$.

58. Potencias y Exponentes III

(a) Simplifica: $\frac{(-2)^3 \cdot 4^2}{(-8)^2}$.

(b) Simplifica: $\frac{(x^2y^{-3})^2}{(xy)^{-1}}$.

(c) Expresa $\frac{1}{1000}$ como potencia de 10 .

59. Potencias y Radicales

(a) Expresa $x^{-3/4}$ en forma de radical.

(b) Expresa $\frac{1}{\sqrt[5]{a^2}}$ con exponente fraccionario negativo.

(c) Calcula el valor de $(\frac{1}{27})^{-2/3}$.

60. Potencias y Simplificación Final

(a) Simplifica: $\frac{3^{n+1} \cdot 9^n}{27^{n-1}}$.

(b) Simplifica: $\left(\frac{2^3}{3^2}\right)^2 \cdot \frac{3^5}{2^7}$.

(c) Escribe $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x}$ como un solo radical.

61. Logaritmos: Definición I

(a) Calcula x : $\log_4(x) = 3$.

(b) Calcula x : $\log_x(16) = 2$.

(c) Calcula x : $\log_3(81) = x$.

62. Logaritmos: Definición II

(a) Calcula x : $\log_{10}(0, 1) = x$.

(b) Calcula x : $\log_2(\frac{1}{8}) = x$.

(c) Calcula x : $\log_x(\sqrt{5}) = \frac{1}{2}$.

63. Logaritmos: Propiedades I (Desarrollo)

- (a) Desarrolla $\log_2(8x^3)$.
- (b) Desarrolla $\log\left(\frac{a^2}{\sqrt{b}}\right)$.
- (c) Si $\log 3 = 0,477$, calcula $\log 90$.

64. Logaritmos: Propiedades II (Reducción)

- (a) Expresa como un solo logaritmo: $2\log x + \log y$.
- (b) Expresa como un solo logaritmo: $\log_a 5 - 3\log_a 2$.
- (c) Simplifica: $\log_5 5 + \log_{10} 100$.

65. Logaritmos: Cambio de Base

- (a) Usa la calculadora para hallar $\log_3 10$ (con tres cifras decimales).
- (b) ¿Cómo se expresaría $\log_a b$ en base c ?
- (c) Si $\log 5 \approx 0,699$, calcula $\log 0,2$ sin calculadora.

66. Problema de Logaritmos (Ecuación)

- (a) Resuelve: $\log_x 27 = 3$.
- (b) Resuelve: $\log_4(x+1) = 2$.
- (c) ¿Qué valor debe tener x para que $\log_x \sqrt{3} = 1$?

67. Logaritmos: Simplificación Avanzada

- (a) Calcula: $\log_{\sqrt{2}} 4$.
- (b) Simplifica: $3^{\log_3 7}$.
- (c) Simplifica: $\log(1000) - \log(10)$.

68. Logaritmos y Radicales

- (a) Expresa $\log_a \sqrt[3]{a^2}$ como un número racional.
- (b) Desarrolla $\log_2 \frac{\sqrt{x} \cdot y}{z^2}$.
- (c) ¿Cuál es la relación entre $\log_a x$ y $\log_{a^2} x$?

69. Problemas Finales de Magnitudes

- (a) La magnitud de un terremoto es $M = \log\left(\frac{A}{A_0}\right)$. Si $A/A_0 = 10^7$, ¿cuál es la magnitud M ?
- (b) Un sonido tiene una intensidad I tal que $L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$. Si $I/I_0 = 10^3$, ¿cuál es el nivel de ruido L en decibelios?
- (c) ¿Cuántas veces es más intensa una magnitud 8 que una magnitud 6 en la escala de Richter?

70. Conexión Radicales-Potencias-Logaritmos

- (a) Escribe $\sqrt[3]{4^2}$ con exponente fraccionario y calcúlalo.
- (b) Resuelve la ecuación exponencial: $2^x = 32$.
- (c) Expresa la solución de (b) en forma de logaritmo.