

EXAMEN 1

Nº1.- Dada la función a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 9 & \text{si } x \leq -4 \\ -2 & \text{si } -4 < x \leq 0 \\ x + 3 & \text{si } -4 < x \leq 0 \\ -x^2 + 2x & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ \log_2(x - 2) & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Se pide:

Representación gráfica, dominio, recorrido, intervalos de crecimiento y decrecimiento. ¿dónde $f(x)$ es > 0 ?, $f(-4)$, $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$, $f(-3)$, $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$.

(4 Puntos)

Nº2.- Cómo se llaman cada una de las siguientes funciones, calcúlese su dominio:

$$a) f(x) = 3x^4 + 3x^2 + 7x - 3 \quad b) f(x) = \frac{-2}{-x + 3}$$

$$c) f(x) = \frac{x^5 - 3x^3 + 2x}{2x^2 - x - 6} \quad d) f(x) = 2^{-x} \quad e) f(x) = \log_2(x + 4) \quad f) f(x) = \sqrt{x - 3}$$

(1 Punto)

Nº3.- Calcúlese los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5x^2 + 1}{x} + \frac{3 - x^2}{x + 2} \right) \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x + 4}}{x}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 11x + 14}{4x^2 - 16x + 16} \quad d) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 2x} - \sqrt{4x^2 - 3})$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x + 3}{2x + 1} \right)^{\frac{3}{x-2}}$$

(5 puntos)

EXAMEN 2

Nº1.- Dada la función a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5 & \text{si } x < 1 \\ 3x + 2 & \text{si } 1 \leq x < 4 \\ 4x - 2 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

Se pide:

Representación gráfica de la función.

¿Existe $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$? ¿Y $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$?

Nº2.- Calcular b para que:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 2x}{bx(1+x)} = \frac{1}{5}$$

Nº3.- Calcúlense los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2 - 5x + 6}{x^3 - x^2 + 8} \right) \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^4 - 2x}{x(x^2 - 1)}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2 + 1}{x^2 + 5} \right)^{\frac{3x+1}{x+2}} \quad d) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^3 + 2} - 5x)$$

Nº4.- Calcúlense los siguientes límites del número e:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+3}{2x+1} \right)^{\frac{2}{x-2}} \quad b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x+4} \right)^{2x}$$

EXAMEN 3

Nº1.- Dadas las funciones: $f(x) = \sqrt{x+2}$ $g(x) = \frac{x-1}{3+x}$ $h(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

- a) Calcula los dominios de f, g y h.
- b) Calcula la función inversa de g.
- c) Calcula f o g , g o f , h o f y sus dominios

Nº2.- Calcula los siguientes límites (en caso de no existir, explica por qué):

$$a) \lim_{x \rightarrow +5} \frac{3x - 15}{\sqrt{x+4} - 3} \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{3x + 1} - \frac{x^3 - x^2 + 1}{3x^2} \right)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-2} \right)^{\frac{1}{x-3}} \quad d) \lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{\frac{x^2 - 4x + 6}{x - 5}}$$

Nº3.- Encuentra razonadamente la expresión analítica de una función racional que cumpla:

- a) Tiene una discontinuidad evitable en $x = 3$
- b) Tiene asíntotas verticales en $x = 1$ y $x = -1$
- c) Tiene asíntota horizontal en $y = 2$
- d) Haz una representación gráfica aproximada de dicha función.

Nº4.- Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x}{x+3} & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1} & \text{si } -1 < x < 1 \\ mx - 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Estudia su continuidad y halla m para que sea continua en $x = 1$

Nº5.- Representa gráficamente la función $f(x) = \left| \frac{x+3}{x-2} \right|$ Halla su dominio y su recorrido y exprésala como función a trozos

EXAMEN 4

Nº1.- Halla razonadamente el dominio de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 9}} \quad b) g(x) = \ln(4 - x^2) \quad c) h(x) = \sqrt{\frac{3 + x}{2x - 1}}$$

Nº2.- Dadas las funciones:

$$f(x) = \sqrt{x - 2} \quad g(x) = \frac{x - 2x}{x - 1}$$

- Calcula $f \circ g$, $g \circ f$ y sus dominios
- Calcula f^{-1} y g^{-1} y sus dominios

Nº3.- Representa gráficamente y halla el dominio y el recorrido de las funciones:

$$a) f(x) = |-x^2 + 6x - 5|$$

$$b) g(x) = \begin{cases} \frac{2}{x - 1} & \text{si } x \leq 2 \\ x + 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Nº4.- Dadas las funciones:

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad g(x) = \log_{1/2} x$$

- Escribe las características de cada una de ellas.
- Representálas gráficamente en el mismo sistema de referencia.
- ¿Qué relación hay entre ellas?

EXAMEN 5

Nº1.- Dadas las funciones: $f(x) = \sqrt{x+3}$ $g(x) = \frac{4x}{x-1}$ $h(x) = 2x^3 - 3$

- Hállese $f \circ g$, $g \circ f$
- Calcula la función inversa de h y halla su dominio
- Calcula la función inversa de g y halla su dominio.

Nº2.- Hállese el dominio de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} \quad b) g(x) = e^{\frac{2}{x^2-x}} \quad c) h(x) = \log(4x - x^2)$$

Nº3.- Representa gráficamente la función:

$$f(x) = \left| \frac{3}{x-2} \right|$$

Escribe sus propiedades: Dominio, recorrido, asíntotas, continuidad, crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos, concavidad y convexidad. Puntos de inflexión. Periodicidad, cortes con los ejes y simetrías.

Nº4.- Representa gráficamente la siguiente función y escribe sus propiedades:

$$f(x) = \begin{cases} -3 & \text{si } x < -2 \\ x - 1 & \text{si } -2 < x < 1 \\ -x^2 + 5x - 4 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Nº5.- Representa gráficamente las siguientes funciones, hallando previamente su dominio, puntos de corte con los ejes y demás propiedades:

$$a) y = \sqrt{x-2} \quad b) y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

EXAMEN 6

Nº1.-Dadas las funciones: $f(x) = \sqrt{x+1}$ $g(x) = \frac{x}{x-2}$

- Hállese $f \circ g$, $g \circ f$ y sus dominios.
- Hállense f^{-1} , g^{-1} y sus dominios.

Nº2.- Representa gráficamente las siguientes funciones y escribe sus propiedades:

a) $f(x) = |-x^2 + 2x|$ b) $f(x) = \log_{1/2} x$

Nº3.- Representa gráficamente la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & \text{si } x < 0 \\ 2^x & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ x+2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- Estudia sus propiedades.
- Calcúlense: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$, $\text{Lim}_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
- Estudia su continuidad.

Nº4.- Dibuja razonadamente una función que cumpla las siguientes condiciones:

- Tiene asíntota vertical en $x = 2$ y asíntota horizontal en $y = -1$
- Su Dominio es $\mathbb{R} - \{0,2\}$
- Corta al eje OX sólo en el punto $(1,0)$

Nº5.- Dado el triángulo que tiene sus vértices en los puntos $A(1,4)$, $B(3,-2)$ y $C(-1,0)$. Calcula:

- Su área.
- Su perímetro.
- El ángulo en C.
- La ecuación de la mediatriz del lado AC.

Nº6.- Determina m y n sabiendo que la recta $2x+ny=0$ pasa por el punto $(1,2)$ y es paralela a la recta $mx-2y+3=0$.

EXAMEN 7

Nº1. Calcúlense los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x - x^2}{3x^2 + 5x - 1} \right) \quad b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 5x^2 + 11x - 10}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x^2 - 1} \quad d) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-2} \right)^{\frac{1}{x-3}}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})$$

Nº2.- Escribe razonadamente y representa gráficamente una función con una discontinuidad evitable en $x = 2$, una asíntota horizontal en $y = -1$ y una asíntota vertical en $x = 1$.

Nº3.- Halla el valor de k para que la siguiente función sea continua en $x = -1$

$$f(x) = \begin{cases} e^{x+1} & \text{si } x \leq -1 \\ kx^2 - 1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

Para ese valor de k , representa gráficamente la función f y comprueba que es continua

Nº4.- Estudia la continuidad de la siguiente función y clasifica sus discontinuidades, si las hay:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+3} & \text{si } x < -2 \\ 3 & \text{si } x = -2 \\ x^2 - 3 & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

SUERTE JÓVENES