

A. Probabilidad

1.- De una baraja española de 40 cartas se extrae una al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea bastos o menor de 5 ?

Sol: 0.55

2.- Sean A y B dos sucesos aleatorios. Supóngase que $P(A) = 0,4$ mientras que $P(A \cup B) = 0,7$. Sea $P(B) = p$.

a) ¿ Para qué valor de p son A y B sucesos incompatibles ?

b) ¿ Para qué valores de p son A y B independientes ?

Sol: a) $p = 0.3$ b) $p = 0.5$

3.- La probabilidad del suceso A es $\frac{2}{3}$, la del suceso B es $\frac{3}{4}$ y la intersección $\frac{5}{8}$. Hallar:

a) La probabilidad de que se verifique alguno de los dos.

b) La probabilidad de que no ocurra B.

c) La probabilidad de que no se verifique ni A ni B.

d) La probabilidad de que ocurra A si se ha verificado B.

Sol: a) $P(A \cup B) = 19/24$ b) $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1/4$

c) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 5/24$ d) $P(A/B) = 5/6$

4.- Razona la siguiente afirmación: si la probabilidad de que ocurran dos sucesos a la vez es menor que $\frac{1}{2}$, la suma de las probabilidades de ambos por separado no puede

exceder de $\frac{3}{2}$.

5.- Un estuche contiene 15 lápices de color rojo y 10 de color azul.

a) Si elegimos uno al azar ¿Cuál es la probabilidad de que sea rojo?

b) Si extraemos dos ¿Cuál es la probabilidad de que ambos sean azules?

c) Si elegimos dos, calcular la probabilidad de que el primero sea azul y el segundo rojo?

Sol: a) 0'6 b) 0'15 c) 0'25

6.- El equipo directivo de una empresa está constituido por 25 personas de las que un 60% son mujeres. El gerente tiene que seleccionar una persona de dicho equipo para que represente a la empresa en un certamen internacional. Decide lanzar una moneda. Si sale cara, selecciona una mujer y si sale cruz, un hombre.

Sabiendo que 5 mujeres y 3 hombres del equipo directivo no hablan inglés, halla la probabilidad de que la persona seleccionada hable inglés.

$$\text{Sol: } \frac{41}{60}$$

7.- En una facultad universitaria, los alumnos se clasifican según su sexo y hábito fumador:

	Fumador	No fumador	TOTAL
Varón	189	301	490
Mujer	165	335	500
TOTAL	354	636	990

A la vista de estos datos, calcula la probabilidad de que elegido un alumno al azar:

- Sea no fumador.
- Sea mujer y no fumadora.
- Sea fumadora sabiendo que es mujer.
- Sea varón si el alumno elegido no fuma.

$$\text{Sol: } a) \frac{106}{165} \quad b) \frac{67}{198} \quad c) \frac{33}{100} \quad d) \frac{301}{636}$$

8.- Una persona escribe tres cartas y sus tres sobres correspondientes a tres personas distintas. Pero, ¡AY! Con las prisas, introduce las cartas en los sobres al azar. Calcular:

- La probabilidad de que las tres cartas estén correctamente situadas en sus sobres.
- La probabilidad de que dos y solo dos lo estén.
- La probabilidad de que al menos una carta se corresponda con su sobre.

$$\text{Sol: } a) \frac{1}{6} \quad b) 0 \quad c) \frac{2}{3}$$

9.- En un cubo una de las caras va pintada de rojo, dos caras de azul y las tres restantes de negro. Se lanza el cubo tres veces.

- Hallar la probabilidad de que salga una sola vez el rojo.
- Hallar la probabilidad de que salga las tres veces el mismo color.
- Si las tres veces ha salido el mismo color, hallar la probabilidad de que éste sea el negro.

Dar las soluciones en forma de fracción irreducible

$$\text{Sol: } a) \frac{25}{72} \quad b) \frac{1}{6} \quad c) \frac{3}{4}$$

10.- Sea $P(A) = 0,7$ $P(B) = 0,6$ y $P(A^c \cup B^c) = 0,58$

- ¿Son independientes A y B?
- Halla la probabilidad de que no se cumplan ni A ni B.

$$\text{Sol: } a) \text{ sí } \quad b) 0,12$$

11.- Una fábrica tiene tres máquinas, A, B y C, que producen tornillos. Del total de tornillos se producen, respectivamente, el 50%, el 30% y el 20%. La máquina A produce un 5% tornillos defectuosos, la B un 4% y la C, un 2%.

- Calcula la probabilidad de que un tornillo, elegido al azar, sea defectuoso.
- Si un tornillo elegido al azar resulta defectuoso, calcula la probabilidad de que lo haya producido la máquina C.

$$\text{Sol: } a) \frac{41}{1000} \quad b) \frac{4}{41}$$

12.- En una ciudad se publican dos periódicos, A y B. La probabilidad de que una persona lea el periódico A es 0,4. La de que lea el B es 0,3 y la de que lean ambos 0,1.

Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar:

- No lea ninguno de los dos.
- Lea A pero no B.
- La probabilidad de que lea A sabiendo que lee B.
- La probabilidad de que lea los dos sabiendo que lee alguno de ellos.

$$\text{Sol: } a) \frac{2}{5} \quad b) \frac{3}{10} \quad c) \frac{1}{3} \quad d) \frac{1}{6}$$

13.- Sean A, B sucesos aleatorios. Se sabe que $p(A) = 0,6$; $p(B) = 0,4$;
 $p(A \cap B) = 0,3$

- ¿Los sucesos A, B son compatibles? ¿Por qué?
- ¿Los sucesos A, B son independientes? ¿Por qué?
- Calcular la probabilidad de que ocurra A o B (o ambos)
- Calcular la probabilidad de que no ocurra ni A ni B
- Calcular la probabilidad de que ocurra A, pero no B

Sol: a) sí b) no c) 0'7 d) 0'3 d) 0'3

14.- Una urna contiene tres bolas blancas y cuatro negras. Se extraen dos bolas al azar.
¿Cuál es la probabilidad de sean las dos blancas?. ¿Cuál es la probabilidad de que sean las dos blancas, si han salido del mismo color?

Sol: a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{1}{3}$

15.- Se extraen simultáneamente tres naipes de una baraja de 40 cartas. Halla la probabilidad de obtener

- tres copas
- dos copas y un oro
- al menos una copa

Sol: a) $\frac{3}{247}$ b) $\frac{45}{988}$ c) $\frac{291}{494}$

16.- De los sucesos aleatorios A, B se sabe que $P(A) = 0,6$, $P(\bar{B}) = 0,6$ y $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,9$. Calcular las siguientes probabilidades: $P(A \cap B)$, $P(B \cap \bar{A})$, $P(B/A)$ y $P(\bar{A}/B)$.

Sol: 0,1 0,3 $\frac{1}{6} = 0,167$ 0,75

17.- Un jugador de fútbol, especialista en lanzar penaltis, mete 4 de cada 5 que tira. Para los próximos 3 penaltis que tire, se consideran los siguientes sucesos:

$A = \{\text{mete sólo 1 de ellos}\}$, $B = \{\text{mete 2 de los tres}\}$ y $C = \{\text{mete el primero}\}$.

Halla: $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$ y $P(B \cap C)$

Sol: a) $\frac{12}{25}$ b) 0 c) $\frac{32}{125}$

18.-Un cajón contiene 6 pantalones y otro 6 camisas a juego con aquéllos. Si se elige un pantalón y una camisa al azar ¿Qué probabilidad existe de que formen pareja?

$$\text{Sol: } \frac{1}{6}$$

19.-Una urna contiene 2 bolas blancas y tres rojas. Otra tiene 3 blancas y 5 rojas. Se saca una bola de la primera urna y se introduce en la otra, extrayendo a continuación una bola de esta última urna. Calcula la probabilidad de que:

- La segunda bola extraída sea blanca
- Haya sido blanca la bola trasvasada de urna, si la segunda sacada es blanca

$$\text{Sol: } a) \frac{17}{45} \quad b) \frac{8}{17}$$

20.-En Sartaguda hay tres lugares de diversión a los que suelen ir un grupo de amigos. Las probabilidades de que vayan al primero, segundo o tercero son, respectivamente, 0'3, 0'5 y 0'7. Hallar la probabilidad de que el grupo de amigos vaya:

- Solamente a uno de los lugares.
- Únicamente a dos de los lugares.
- A los tres lugares.

$$\text{Sol: } 1) 0'395 \quad 2) 0'395 \quad 3) 0'105$$

21.-En un determinado curso están matriculados 80 varones y 40 mujeres. Aprueban el curso completo 60 varones y 32 mujeres.

- Determina la probabilidad de que un alumno del curso sea varón y apruebe.
- Halla la probabilidad de que una persona matriculada suspenda
- Una de las personas matriculadas ha aprobado. Halla la probabilidad de que sea mujer.

$$\text{Sol: } a) \frac{1}{2} \quad b) \frac{7}{30} \quad c) \frac{8}{23}$$

22.- Se dispone de un mazo de 450 fichas de estudiantes de una escuela de idiomas. Cada estudiante cursa un solo idioma de los 3 que se imparten. El número de mujeres es $\frac{3}{2}$ del de hombres y los estudiantes de inglés representan el 80 % del alumnado. El número de estudiantes de francés duplica al de estudiantes de alemán.

Sea M el suceso “sacar una ficha de mujer” al extraer un ficha, al azar, del citado mazo (análogamente, sean H,I , F y A sacar hombre, inglés, francés y alemán , respectivamente).

Sabiendo que M/A es el suceso seguro y que M/F y H/F son equiprobables, determina:

- Probabilidad de F. Probabilidad de $M \cap I$.
- Probabilidad de F/M

$$\text{Sol: } a) \frac{2}{15}; \frac{7}{15} \quad b) \frac{1}{9}$$

23.- Una caja contiene 10 bolas blancas, 5 negras y 5 rojas. Se extraen dos bolas consecutivamente de la caja. Calcular la probabilidad de que las dos sean blancas si:

- a) Antes de extraer la segunda bola se vuelve a meter la primera de la caja.
- b) La segunda bola se extrae sin haber metido la primera en la caja.

$$\text{Sol: } a) \frac{1}{4} \quad b) \frac{9}{38}$$

24.- Ana, Juan y Raúl, que están esperando para realizar una consulta médica, sortean, al azar, el orden en que van a entrar.

- a) Calcula la probabilidad de que los dos últimos en entrar sean hombres.
- b) Determina si son independientes los sucesos A y B siendo A:” la mujer entra antes que alguno de los hombres “, y B:” los dos hombres entran consecutivamente”.

$$\text{Sol: } a) \frac{1}{3} \quad b) \text{ dependientes}$$

25.- Se lanza un dado dos veces.

- a) Calcula la probabilidad de que la suma de los resultados sea 4
- b) Calcula la probabilidad de que en el primer lanzamiento haya salido un 1, sabiendo que la suma es 4.

$$\text{Sol: } a) \frac{1}{12} \quad b) \frac{1}{3}$$

26.- En una caja hay 15 caramelos de naranja, 8 de limón y 7 de fresa. Si se sacan sucesivamente 2 caramelos al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que los dos sean de limón?

$$\text{Sol: } 28/435$$

27.- Tenemos tres cajas, una verde, una roja y una amarilla, y en cada una, una moneda. La de la caja verde está trucada y la probabilidad de que salga cara es el doble de la probabilidad de que salga cruz; la moneda de la caja roja tiene dos caras y la de la caja amarilla no está trucada. Se toma una caja al azar y se lanza la moneda que está en esa caja. Calcular razonadamente:

- a) La probabilidad de que salga cara.
- b) La probabilidad de que sabiendo que ha salido cara, se haya lanzado la moneda de la caja roja.

$$\text{Sol: } a) \frac{13}{18} \quad b) \frac{6}{13}$$

28.- Tres cofres idénticos contienen:

Cofre A: 1 moneda de oro y 4 de bronce.

Cofre B: 2 monedas de oro y 6 de bronce.

Cofre C: 3 monedas de oro y 7 de bronce.

¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una moneda al azar, de un cofre extraído al azar, sea de oro?

$$\text{Sol: } \frac{1}{4}$$

29.- En un supermercado, el 70% de las compras las realizan mujeres; de las compras realizadas por éstas, el 80% supera las 2000 ptas., mientras que de las compras realizadas por hombres sólo el 30% supera esa cantidad.

a) Elegido un ticket de compra al azar, ¿cuál es la probabilidad de que supere las 2000 ptas.?

b) Si se sabe que un ticket de compra no supera las 2000 ptas., ¿cuál es la probabilidad de que la compra haya sido hecha por una mujer?

$$\text{Sol: } a) 0,65 \quad b) 0,4$$

30.- En una ciudad hay 6 hombres por cada 4 mujeres. Se sabe que el 9 % de los hombres y el 11 % de las mujeres están infectadas por la bacteria “Helycobacter Pílori”. Se toma una persona de esa ciudad al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que:

a) Sea hombre y esté infectado?.

b) Sea una persona infectada?.

c) Si resulta estar infectada sea un hombre?.

$$\text{Sol: } a) 0,054 \quad b) 0,098 \quad c) 0,551$$

31.- En una empresa 25 de cada 100 mujeres y 6 de cada 10 hombres llevan gafas. Si el número de mujeres es 3 veces superior al de hombres, hallar la probabilidad de que una persona empleada elegida al azar:

a) no lleve gafas

b) sea mujer y lleve gafas

c) sea mujer, sabiendo que lleva gafas.

$$\text{Sol: } a) \frac{53}{80} \quad b) \frac{3}{16} \quad c) \frac{5}{9}$$

32.- Se escogen 5 personas al azar. ¿Qué probabilidad hay de que al menos dos de ellas hayan nacido el mismo día de la semana?

$$\text{Sol: } 0,8500625$$

- 33.- En una encuesta sobre los deportes que practican los alumnos de una universidad resulta que el 24 % practican fútbol, el 20 % baloncesto, el 15 % ciclismo, el 11 % fútbol y baloncesto, el 8 % fútbol y ciclismo, el 5 % baloncesto y ciclismo y el 3 % los tres deportes. Se elige un alumno al azar. ¿Qué probabilidad hay de que
- practique un solo deporte?
 - no practique ninguno?
 - practique baloncesto y ciclismo si resulta que practica algún deporte?

Sol: a) 0,20 b) 0,62 c) 0,1316

- 34.- En un sistema de alarma, la probabilidad de que haya un incidente es 0,1. Si éste se produce, la probabilidad de que la alarma suene es 0,95. La probabilidad de que funcione la alarma sin que haya incidente es de 0,03.
Si ha funcionado la alarma, calcular la probabilidad que no haya habido incidente.

Sol: 0,2213

- 35.- En una estantería hay 60 novelas y 20 libros de poesía. Una persona A elige un libro al azar de la estantería y se lo lleva. A continuación otra persona B elige otro libro al azar.
- ¿Cuál es la probabilidad de que el libro seleccionado por B sea una novela?
 - Si se sabe que B eligió una novela, ¿cuál es la probabilidad de que el libro seleccionado por A sea de poesía?

Sol: a) 0,75 b) 0,253

- 36.- Se dispone de tres cajas con bombillas. La primera contiene diez bombillas, de las cuales hay cuatro fundidas; en la segunda hay seis bombillas, estando una de ellas fundida, y en la tercera caja hay tres bombillas fundidas de un total de ocho.
- ¿Cuál es la probabilidad de que al tomar una bombilla al azar de una cualquiera de las cajas, esté fundida?
 - Si se ha obtenido una bombilla fundida, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la primera caja?

Sol: a) 0,3138 b) 0,4248

- 37.- Tenemos tres urnas con la siguiente composición de bolas blancas y negras: en la primera hay 3 blancas y 7 negras; en la segunda son 5 blancas y 5 negras, y en la tercera hay 8 blancas y dos negras.
Tiramos un dado perfecto y extraemos una bola de la urna primera si sale 1, 2 o 3, sacamos una bola de la segunda si sale 4 o 5 y, finalmente, sacamos una bola de la tercera si sale 6. Calcular la probabilidad de que la bola extraída sea blanca.

Sol: 0,45

- 38.-** En una casa hay tres llaveros, el primero con 5 llaves, el segundo con 7 y el tercero con 8, de las que sólo una de cada llavero abre la puerta del trastero. Se escoge al azar un llavero y, de él una llave para intentar abrir el trastero.
- ¿Cuál es la probabilidad de que se acierte con la llave?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que el llavero escogido sea el tercero y la llave no abra?
 - Y si la llave escogida es la correcta, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca al primer llavero?

Sol: a) 0,1559 b) 0,2916 c) 0,4276

- 39.-** Dos máquinas A y B han producido respectivamente, 100 y 200 piezas. Se sabe que A produce un 5% de piezas defectuosas y B un 6%. Si se toma una pieza al azar ¿qué probabilidad hay de que no sea defectuosa?.

Sol: 0'943

- 40.-** En una estantería de una biblioteca hay 8 libros de aventura y 5 libros de poesía. Entran dos personas de forma consecutiva y cada una coge un libro. Hallar la probabilidad de:
- Las dos tomen un libro del mismo tipo.
 - Al menos una tome un libro de poesía.
 - Cada una tome un tipo distinto de libro.

Sol: a) 0'4872 b) 0'64102 c) 0'5128

- 41.-** En un club el 35% de los socios practican algún deporte. De estos socios el 20% tiene problemas musculares. De los que no practican deporte el 75% tiene algún problema muscular. ¿Cuál es la probabilidad de que, elegida una persona al azar, no tenga problemas musculares?.

Sol: 0'4425

- 42.-** Se sortea un viaje a Miami entre los 120 mejores clientes de una caja de ahorros. De ellos, 65 son mujeres, 80 están casados y 45 son mujeres casadas. Se pide:
- Probabilidad de que le toque a un hombre soltero.
 - Si se sabe que el afortunado es casado, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?.

Sol: a) 0'1666 b) 0'5625

- 43.-** En un lote de 20 pastillas de jabón hay 8 con premio. Adquirimos 2 pastillas de dicho lote, ¿cuál es la probabilidad de obtener por lo menos una premiada?.

Sol: 0'6526

44.- En dos urnas A y B se introducen dos bolas blancas y una negra , y tres bolas negras y una blanca respectivamente. Se selecciona una al azar y se extrae también al azar una bola de dicha urna.

- a) ¿ Cual es la probabilidad de obtener una bola blanca ?
- b) Si la bola extraída resultó ser blanca , ¿ cuál es la probabilidad de que sea de la urna A ?

Sol: a) $11/24$ b) $8/11$

45.- En un colegio se va a hacer una excursión a una estación de esquí con dos autobuses, uno grande y uno pequeño. Las dos terceras partes de los alumnos apuntados a la excursión irán en el autobús grande y el resto , en el pequeño. Se sabe que todos los alumnos que viajarán en el autobús pequeño saben esquiar y el 40 % de los que lo harán en el otro autobús no saben esquiar. Se pide:

- a) Calcular la probabilidad de que un alumno de la excursión elegido al azar sepa esquiar.
- b) Elegimos un alumno de la excursión al azar y se observa que sabe esquiar. ¿Cuál es la probabilidad de que viaje en el autobús grande?

Sol: a) 0.73 b) 0.55

Distribuciones continuas. La normal

1.- La función de densidad de una variable aleatoria X es:

$$f(x) = \begin{cases} k(x+4) & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Calcula el valor de k
- Representa gráficamente f(x)
- Halla la función de distribución y represéntala
- Halla la probabilidad de que $X \in [2,4]$

$$\text{Sol: a) } K = \frac{1}{24} \quad \text{c) } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2}{48} + \frac{x}{6} & 0 \leq x \leq 4 \\ 1 & x > 4 \end{cases} \quad \text{d) } 7/12$$

2.- Una variable aleatoria continua se distribuye con una función de densidad dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 2 \\ k(2-x)(x-5) & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

- Calcular:
- El valor de k.
 - La función de distribución.
 - La probabilidad de que x sea mayor que 4.

$$\text{Sol: a) } k = \frac{2}{9} \quad \text{b) } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 2 \\ \frac{1}{27}(-2x^3 + 21x^2 - 60x + 52) & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \\ 1 & \text{si } x > 5 \end{cases} \quad \text{c) } P(x > 4) = \frac{7}{27}$$

- 3.- La demanda diaria de un determinado producto sigue una probabilidad dada por la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 - \frac{1}{2}x & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

donde x viene expresado en miles de unidades.

Comprobar que ciertamente f(x) es una función de densidad.

Calcular la probabilidad de que el número de unidades demandadas en un día :

- no supere 3600 unidades
- esté comprendido entre 600 y 1800 unidades.

Sol: a) 1 b) 0'48

- 4.- En una clínica de maternidad se comprobó que el peso de los recién nacidos en kilos era una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 2 \\ \frac{x}{k} & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

- Calcular:
- El valor de k para que f(x) sea una función de densidad.
 - La probabilidad de que un recién nacido pese entre 2 y 3,4 kilos.
 - El peso medio de los recién nacidos en esa clínica.

Sol: a) $k = 6b) 0'63$ c) 3'11

- 5.- El peso de los toros de una determinada ganadería siguen una distribución normal de media 500 kg y desviación típica de 45 kg. Se elige un toro al azar:

- ¿Cuál es la probabilidad de que su peso exceda de 540 kg?.
- ¿Cuál es la probabilidad de que su peso sea menor de 480 kg?.
- ¿Cuál es la probabilidad de que su peso esté comprendido entre 490 y 510 kg?.

Sol: a) 0'1867 b) 0'33 c) 0'1742

- 6.- Las tallas de una muestra de 1000 personas siguen una distribución normal de media 1,76 metros y desviación típica 0,8 metros.

- Calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar mida más de 1,70 metros.
- Calcula la probabilidad de que una persona elegida el azar tenga una estatura comprendida entre 1,60 y 1,70 metros.
- ¿Cuántos individuos de la muestra tendrán una estatura no superior a 1,60 metros?

Sol: a) 0,5279 b) 0'0514 c) 421 personas

7.- Las tallas de 800 recién nacidos se distribuyen normalmente con una media de 66 cm y una desviación típica de 5 cm.

- ¿Qué porcentaje de recién nacidos miden más de 60 cm?.
- ¿Cuántos recién nacidos cabe esperar con tallas comprendidas entre 65 y 70 cm?.

Sol: a) 88'49% b) 294 niños

8.- Una fresadora produce tornillos de longitudes, medidas en cm., que se distribuyen según una normal $N(2; 0,1)$. Un tornillo no se admite si su longitud es inferior a 1,85cm. o superior a 2,15 cm. Si se examinan 10000 tornillos ¿cuántos serán válidos?.

Sol: 8664 tornillos

9.- Las alturas medias en centímetros de una cierta población se distribuyen según una normal de media 176 y desviación estándar 12. ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo elegido al azar mida entre 170 y 190 centímetros?

Sol: 0'5705

10.- La estatura de los estudiantes de una Universidad sigue una distribución Normal de media 170 cm. y desviación típica 5 cm. Calcular:

- La probabilidad de que un estudiante mida menos de 162 cm.
- La probabilidad de que un estudiante mida entre 160 y 170 cm.
- La probabilidad de que un estudiante mida exactamente 180 cm.
- Si consideramos al 5 % más alto de los estudiantes como posible candidato para un equipo de baloncesto. ¿Cuál es la estatura mínima que debe tener un estudiante para ser considerado candidato al equipo?.
- Si sabemos que 1723 estudiantes miden menos de 168 cm. ¿ Cuántos estudiantes miden más de 180 cm?

Sol: a) 0'0548 b) 0'4772 c) 0 d) 178'25 e) 114

11.-Una compañía de autobuses conoce que el retraso en la llegada sigue una ley normal, de media 5 minutos y que el 68,26% de los autobuses llega con un retraso comprendido entre los 2 y 8 minutos.

- ¿Cuál es la desviación típica?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un autobús llegue puntual o antes de la hora?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un autobús llegue con un retraso de más de 10 minutos?

Sol: a) $s = 3$ b) 0'0475 c) 0'0475

12.- El tiempo de recuperación de los enfermos de un hospital sigue una distribución $N(7,3)$. Se pide:

- i) Probabilidad de que un enfermo esté menos de 5 días en el hospital.
- ii) Probabilidad de que para recuperarse necesite entre 9 y 15 días de estancia.
- iii) Si en el hospital hay 1000 enfermos, ¿cuántos necesitan estar más de 8 días en el hospital?

Sol: i) 0'2546 ii) 0'2507 iii) »371

13.- En cierto país el C.I. (Coeficiente de inteligencia) se distribuye normalmente, con media 98 y desviación típica 22. Se sabe que un 3 % de la población es deficiente, un 70 % normal, un 22 % muy inteligente y un 5 % son genios. ¿Cuáles son los valores de C.I. que se han tomado como frontera entre las distintas clases de individuos?

Sol: Deficiente hasta »59, normal hasta »111, muy inteligente hasta »134, genio a partir de 134.

14.- Dos componentes de un sistema funcionan independientemente, distribuyéndose el rendimiento de la primera componente según una normal de media 6 y desviación típica 1,5, y el de la segunda según una normal de media 43 y desviación típica 3,5. Se sabe que el sistema funciona si el rendimiento de la primera componente está entre 3 y 8 y el de la segunda entre 38 y 48. ¿Cuál es la probabilidad de que funcione el sistema?

Sol: $P(\text{funcione el sistema}) = 0,7501$

15.- La calificación media en un cierto examen fue 6,5 y la desviación típica 1,6. Si el profesor va a calificar con sobresaliente al 10% de la clase, ¿a partir de qué nota se consigue?

Sol: 8'548

16.- Halla la media y desviación típica de un examen en el cual las puntuaciones de 70 y 88 corresponden a calificaciones tipificadas de $-0,6$ y $1,4$.

Sol: media = 75'4 desviación típica = 9

17.- En un test realizado a 1000 alumnos, las puntuaciones se distribuyen normalmente con una media de 100 y desviación típica 6. Calcular :

- a) El porcentaje de alumnos con puntuaciones superiores a 110 .
- b) El número de alumnos con puntuaciones entre 92 y 105.
- c) Supongamos que de la variable anterior conocemos que su media es 100 pero desconocemos su desviación típica. Si se sabe que 877 de esos 1000 alumnos han obtenido puntuaciones inferiores a 129. Calcular la desviación típica.

Sol: a) 4'75% b) 705 alumnos c) $s = 25$

18.-El peso en kg. de los recién nacidos sigue una distribución normal. Se sabe que de cada 2000 niños, tan sólo 6 de ellos pesan más de 5.8 kg. al nacer, mientras que 484 de ellos pesan menos de 2.5 kg. Determinar cuantos de esos 2000 niños se espera que pesen al nacer entre 3 y 4 kg.

Sol: Aproximadamente se trata de una normal $N(3.2 ; 0.96)$

y unos 760 niños pesarán al nacer entre 3 y 4 kg.

19.- Los litros de gasolina distribuidos cada día por una gasolinera es una variable normal de media 15.000 litros y desviación típica de 1.000 litros. Determinar la cantidad diaria que hay que tener dispuesta a la venta para poder satisfacer la demanda del 95% de los días.

Si la gasolinera compra el litro de gasolina a 75 pesetas y lo vende a 125, ¿qué porcentaje de días sus beneficios superarán las 800.000 pesetas?

Sol: 16.645 litros . El porcentaje de días es de 15.87%.

20.- El departamento de personal de una empresa ha hecho un estudio sobre las edades de sus empleados y ha observado que se distribuyen normalmente con una media de 44 años. De un total de 500 empleados hay 17 con más de 55 años. ¿Cuál es la desviación típica?

Sol: desviación 6.03

21.- Una de las pruebas de acceso a la Universidad para mayores de 25 años consiste en un test con cien preguntas, cada una de las cuales tiene cuatro posibles respuestas, siendo sólo una de ellas correcta. Para superar esta prueba debe obtenerse, al menos, 30 respuestas correctas.

Si una persona contestase al azar, es decir, eligiese de forma aleatoria una de las cuatro respuestas posibles da cada una de las 100 preguntas:

a) ¿Cuál sería el nº esperado de respuestas correctas ?

b) ¿Qué probabilidad tendría de superar la prueba ?

Sol: a) $np=25$ b) $p(x \geq 30) = 0.1492$

22.- Aproximando con una distribución normal, calcular la probabilidad de que al lanzar una moneda 100 veces, el nº de caras obtenido esté comprendido entre 45 y 55.

Sol: $B(100 ; 0.5)$ $p(45 \leq x \leq 55) = 0.7268$

23.- En cierto hospital, las niñas nacidas representan el 54% de los nacimientos. Hallar la probabilidad de que el nº de niños nacidos, de 2500 nacimientos, esté entre 1200 y 1400.

Sol: $B(2500 ; 0.54)$; ojo, niñas ! $P(1200 \leq x \leq 1400) = 0.0233$

24.- El 92% de los alumnos de un instituto presentados a la Selectividad obtienen la calificación de apto. Si en cierta convocatoria se presentan 110 alumnos, calcula la probabilidad de que:

a) aprueben más de 90

b) El número de aprobados esté entre 95 y 105 , ambos inclusive.

Sol: a)= 1 b) 0'9254

25.- En un dado trucado la probabilidad de sacar un seis es doble que la de cualquiera de los restantes valores. Se lanza dicho dado 20 veces, ¿cuál es la probabilidad de que salga el seis más de 15 veces?

Sol: 0

26.- Un examen consta de 300 preguntas de tipo test, con cuatro posibles respuestas cada una, de las cuales solo una es correcta. Si un opositor que no ha estudiado nada responde al azar, calcula:

a) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen si para ello hay que acertar 200 preguntas o más?

b) ¿Qué probabilidad tiene de contestar correctamente a 150 preguntas o más?

c) ¿Qué probabilidad tiene de contestar correctamente a más de 50 preguntas y menos de 100?

Sol: a) 0 b) 0 c) 0'9994

27.- En un bombo de lotería tenemos 10 bolas idénticas numeradas del 0 al 9, y cada vez que hacemos la extracción de una bola la devolvemos al bombo.

a) Si cogemos tres bolas, calcular la probabilidad de que el 0 salga una sola vez.

b) Si hacemos 100 extracciones, calcular, empleando la ley normal, la probabilidad de que salga el 0 más de 12 veces.

Sol: a) 0'243 b) 0'2033

28.- Juan encesta el 30% de sus tiros a canasta. Juega dos partidos y lanza 20 veces en cada partido. ¿Cuál es la probabilidad de que en cada partido enceste más de 7 canastas?

Razona si esta probabilidad es mayor, menor o igual, que la probabilidad de que entre los dos partidos enceste más de 15 canastas.

Sol: a) 0'2327 b) Es mayor en el primer caso.

29.- La tasa de desempleo en una región económicamente deprimida es el 34 %. Se toma una muestra aleatoria de 50 personas en edad laboral de esa región. Calcular las siguientes probabilidades:

- a) Que al menos 10 de esas personas estén desempleadas.
- b) Que no haya más de 13 desempleadas.
- c) Que haya exactamente 19 personas desempleadas.

Sol: a) 0'9875 b) 0'1492 c) 0'0998

30.- La probabilidad de que un vaso se rompa al lavarlo en un lavavajillas es una milésima. Si a lo largo de un año se lavan 30.000 vasos, ¿cuál es el número esperado de roturas?. ¿Cuál es la probabilidad de que se rompan menos de 20 vasos?, ¿y más de 50?.

Sol: $m = 30$, $P(X < 20) = 0'0274$, $P(X > 50) = 0'0001$

31.- Se sabe que de cada 100 relojes que fabrica una determinada marca 5 tienen algún defecto. Se selecciona un lote de 600 relojes.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que aparezcan menos de 25 defectuosos?
- b) ¿Cuál es el número esperado de relojes que no tienen defectos?

Sol: a) 0'1515 b) 570

32.- En un cierto país el 30% de sus habitantes tiene sangre tipo O^+ . Si se analiza la sangre de 100 personas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 25 tengan sangre de dicho tipo?.

Sol: 0'8849

D. Problemas de inferencia estadística

1.-Una muestra aleatoria de 100 alumnos que se presentan a las pruebas de Selectividad revela que la media de edad es de 18.7 años. Halla un intervalo de confianza del 90 % para la edad media de todos los estudiantes que se presentan a la prueba, sabiendo que la desviación típica de la edad en la población es 0.8.

Sol: el intervalo para m es: [18.568, 18.832]

2.-Se sabe que la desviación típica del peso de los individuos de una población es 6 kilos. Calcula el tamaño de la muestra que se ha de tomar para que se pueda estimar con un nivel de confianza del 95 % el peso medio en la población con un error inferior a 1 kilo. Explica los pasos seguidos para obtener la respuesta.

Sol: el tamaño de la muestra es 138 individuos. Los pasos seguidos son: se calcula por medio de la tabla $N(0,1)$ el valor de $z_{1-\alpha/2}$, que es 1.96. Sabemos que el error máximo, 1

kilo, es igual a $1.96 \frac{6}{\sqrt{n}}$, y de esa igualdad deducimos el valor de n .

3.- La cantidad de sustancia S contenida en una dosis de cierta vacuna sigue una distribución normal con una media de 50 unidades. Se ha comprobado que la vacuna inmuniza si la dosis contiene una cantidad de S comprendida entre 46 y 54 unidades. Sabiendo que el 2.5 % de las dosis contiene una cantidad de S superior a 54 unidades,

- calcula la desviación típica de la distribución de S.
- ¿Qué probabilidad hay de que un individuo al que se le administra una dosis elegida al azar no quede inmunizado?. Justifica la respuesta.

Sol: a) $s = 2.04$ b) la probabilidad de que no se inmunice es 0.05

4.- El consumo de cierto producto sigue una distribución normal con varianza 300. A partir de una muestra de tamaño 25 se ha obtenido una media muestral igual a 180. Halla un intervalo de confianza al 95 % para la media de consumo.

Sol: intervalo para la media poblacional: [173.21, 186.79]

5.- Una muestra al azar de 50 calificaciones de Selectividad nos dio una media de 6.5. Se sabe que la desviación típica de las calificaciones es 1.2.

a) Calcula un intervalo de confianza para estimar la nota media de la población con un nivel de confianza del 95 %

b) ¿Con qué nivel de confianza resulta un intervalo [6.1, 6.9]?

Sol: a) [6.167, 6.833] b) al nivel de confianza del 98 %.

6.- Se sabe que el C.I. de los alumnos de una universidad se distribuye según una ley normal de media 100 y varianza 729. Halla la probabilidad de que una muestra de 36 alumnos tenga un C.I. medio superior a 109.

Sol: la probabilidad es 0'0228, es decir, el 2'28 %.

7.- ¿Cuál es el tamaño de la muestra que hay que extraer de una población normal para estimar la nota media de una asignatura con un error máximo de 0.5 puntos y con un riesgo del 5 %, sabiendo por estudios anteriores que la varianza poblacional es 8.52?

Sol: la muestra debe tener 131 individuos.

8.- Una máquina debe introducir 375 gramos de cereales en cajas de envasado. La cantidad introducida es una variable aleatoria que se distribuye normalmente con media 375 gramos y desviación típica 20 gramos. Para comprobar que el peso medio de cada caja se mantiene en 375 gramos, se toman periódicamente muestras aleatorias de 25 cajas y se pesan sus contenidos. El encargado tiene orden de parar el proceso y ajustar la máquina cada vez que el promedio obtenido sea menor que 365 o mayor que 385 gramos. ¿Cuál es la probabilidad de tener que detener el proceso cada vez que se toma una muestra?

Sol: $0.0124 = 1'24 \%$

9.- Una muestra de 100 alumnos de Psicología obtuvieron en un test una media de 10. Se sabe que la varianza de las puntuaciones en ese test es 16. Los límites del intervalo de confianza para la media de la población resultaron ser 9 y 11. a) Averigua a qué nivel de confianza fueron calculados dichos límites. b) ¿Qué límites hubieran resultado si se hubiera calculado el intervalo con un nivel de confianza del 95 %?

Sol: a) $NC = 1 - \alpha = 0.9876$ b) Límite inferior: 9'216. Límite superior: 10'784.