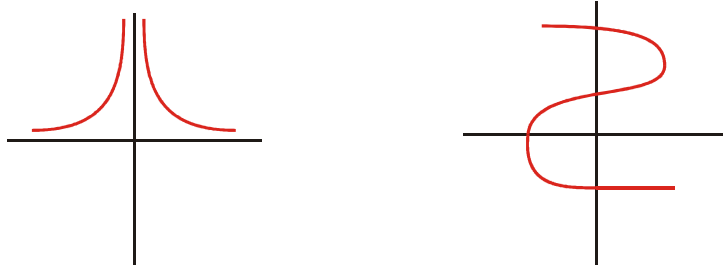


## TEMAS 10 – LAS FUNCIONES ELEMENTALES – 1º BACH – MATE I

### • ¿ Son funciones?

**EJERCICIO 1:** Indica cuáles de las siguientes representaciones corresponden a la gráfica de una función. Razona tu respuesta:



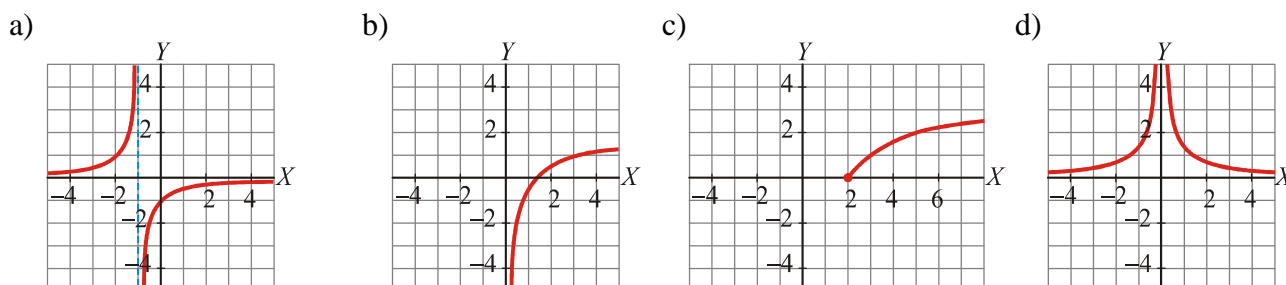
### • Calcular el dominio dada la expresión analítica de una función

**EJERCICIO 2:** Calcular el dominio de definición de las siguientes funciones:

a)  $y = \frac{1}{x^2 - 6}$       b)  $y = \sqrt{1+x}$       c)  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$       d)  $y = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$       e)  $y = \sqrt[3]{2x-4}$   
 f)  $y = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$       g)  $y = \sqrt{x^2 - 4}$       h)  $y = \sqrt[4]{\frac{x-1}{2x+3}}$       i)  $y = \text{Log} \frac{x-3}{(x-2)^2}$

### • Calcular el dominio y el recorrido dada su representación gráfica

**EJERCICIO 3 :** Observando la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio de definición y su recorrido.



### • Problemas de dominios

**EJERCICIO 4 :** A una hoja de papel de 30 cm × 20 cm le cortamos cuatro cuadrados (uno en cada esquina) y, plegando convenientemente, formamos una caja cuyo volumen es:

$$V = x \cdot (20 - 2x) \cdot (30 - 2x)$$

¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

**EJERCICIO 5 :** Las tarifas de una empresa de transportes son:

- Si la carga pesa menos de 10 toneladas, 40 euros por tonelada.
- Si la carga pesa entre 10 y 30 toneladas, 30 euros por tonelada (la carga máxima que admiten es de 30 toneladas).

Si consideramos la función que nos da el precio según la carga, ¿cuál será su dominio de definición?

- **Representación gráfica de funciones lineales**

EJERCICIO 6 : Representa gráficamente y estudia sus propiedades:

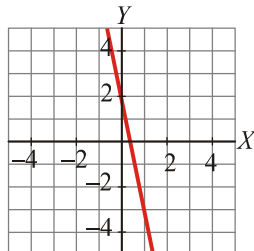
a)  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$

b)  $2x + y - 1 = 0$

c)  $y = \frac{2x-3}{4}$

- **Hallar la ecuación de una recta**

EJERCICIO 7 : Escribe la ecuación de la recta cuya gráfica es la siguiente:



EJERCICIO 8 : Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(2, -4)$  y  $(-1, 3)$ .

EJERCICIO 9 : Halla la ecuación de la recta que pasa por  $(2, -1)$  y cuya pendiente es  $\frac{2}{3}$

EJERCICIO 10 : Di cuál es la pendiente de cada una de estas rectas:

I)  $2x + y = 0$

II)  $x - 2y + 1 = 0$

III)  $y = 2$

- **Problemas de interpolación lineal**

EJERCICIO 11 : Si consumimos  $60 \text{ m}^3$  de gas tendremos que pagar un recibo de 35,96 euros, y por un consumo de  $80 \text{ m}^3$  tendríamos que pagar 43,56 euros. ¿Cuál sería el precio del recibo si consumiéramos  $70 \text{ m}^3$  de gas?

EJERCICIO 12 : Al apuntarnos en un gimnasio, hemos tenido que pagar una cantidad fija en concepto de matrícula. Después tendremos que ir pagando las mensualidades. Si estamos 6 meses, nos gastaremos en total 246 euros, y si estamos 15 meses, nos costará 570 euros. ¿Cuánto nos gastaríamos en total si estuviéramos yendo durante un año?

EJERCICIO 13 : Sabiendo que  $15^\circ \text{ C}$  (grados centígrados) equivalen a  $59^\circ \text{ F}$  (grados Fahrenheit), y que  $30^\circ \text{ C}$  son  $86^\circ \text{ F}$ , averigua cuántos grados centígrados son  $70^\circ \text{ F}$ .

- **Función cuadrática**

EJERCICIO 14 : Halla el vértice de las siguientes parábolas:

a)  $y = 2x^2 - 10x + 8$

b)  $y = 2x^2 - 8x + 2$

EJERCICIO 15 : Halla los puntos de corte con los ejes de la parábola  $y = -x^2 + 4x$

EJERCICIO 16 : Representa gráficamente y estudia sus propiedades

a)  $y = x^2 - 3x$

b)  $y = -x^2 + 4x - 1$

c)  $y = (x - 1)^2 + 3$

- **Problemas de interpolación cuadrática**

**EJERCICIO 17** : De una función se sabe que  $f(1) = 0$ ,  $f(2) = 3$  y  $f(-1) = 6$ . Halla la función de segundo grado y utilízala para estimar el valor de  $f(0)$ .

**EJERCICIO 18** : Los gastos de producción y los ingresos por ventas (ambos expresados en millones de euros) de cierta empresa durante los tres últimos años han sido los siguientes:

GASTOS	3	4	6
INGRESOS	10	12	20

- a) Halla el polinomio interpolador de segundo grado que exprese los ingresos en función de los gastos.  
 b) ¿Qué ingresos cabría esperar este año si los gastos de producción fuesen de 5 millones de euros?

- **Función radical**

**EJERCICIO 19** : Representa y estudia las propiedades de las siguientes funciones:

a)  $y = \sqrt{x+1}$       b)  $y = -\sqrt{x-2}$       c)  $y = \sqrt{2-x}$       d)  $y = \sqrt{x^2-4}$

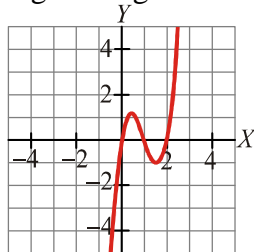
- **Función de proporcionalidad inversa**

**EJERCICIO 20** : Representa y estudia las propiedades de las siguientes funciones:

a)  $y = \frac{1}{x-1}$       b)  $y = \frac{3}{x-4} + 2$       c)  $y = \frac{2x+3}{x-3}$       d)  $y = \frac{3x-3}{2-x}$

- **Transformaciones de funciones**

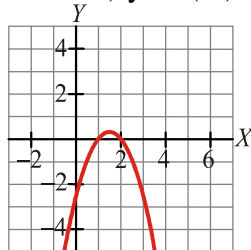
**EJERCICIO 21** : La siguiente gráfica corresponde a la función  $y = f(x)$  :



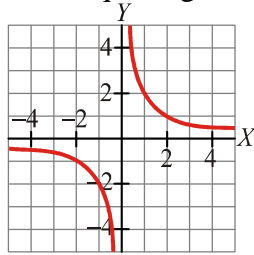
A partir de ella, representa: a)  $y = f(x) + 3$     b)  $y = f(x - 2)$

**EJERCICIO 22** : A partir de la gráfica de  $y = f(x)$  :

construye las gráficas de: a)  $y = f(-x)$       b)  $y = 1 + f(x)$

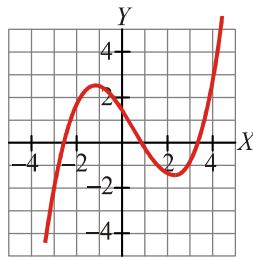


**EJERCICIO 23** : Sabiendo que la gráfica de  $y = f(x)$  es la siguiente:



construye, a partir de ella, las gráficas de: a)  $y = f(x + 1)$       b)  $y = f(x) + 1$

**EJERCICIO 24** : Sabiendo que la gráfica de  $f(x)$  es la de la izquierda representa la gráfica de  $y = |f(x)|$



• **Funciones a trozos**

**EJERCICIO 25** : Halla  $f(-1)$ ,  $f(0)$  y  $f(3)$ , siendo:  $f(x) = \begin{cases} 4x^2 + 1 & \text{si } x \leq -1 \\ x - 1 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ 5 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

**EJERCICIO 26** : Representa gráficamente y estudia sus propiedades:

a)  $y = \begin{cases} -2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$       b)  $y = \begin{cases} -\frac{x}{2} & \text{si } x \leq 1 \\ -x + \frac{1}{2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

• **Funciones con valor absoluto**

**EJERCICIO 27** : Representa y estudia las propiedades de las siguientes funciones:

a)  $y = |2x - 4|$       b)  $y = \left| \frac{x-1}{2} \right|$       c)  $y = |x^2 + 2x| + x - 2$

• **Repaso**

**EJERCICIO 28** : Representa gráficamente y estudia sus propiedades

a)  $y = |4x + 2|$       b)  $y = \sqrt{x + 3}$       c)  $y = \left| \frac{x-1}{3} \right| + 4$       d)  $y = \frac{x^2}{2} - 2x + 2$

e)  $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 3x + 4 & \text{si } 0 < x < 2 \\ 2 & \text{si } 2 < x < 7 \end{cases}$       f)  $y = \frac{3-x}{x+1}$

**EJERCICIO 29** : Asocia a cada gráfica su ecuación:

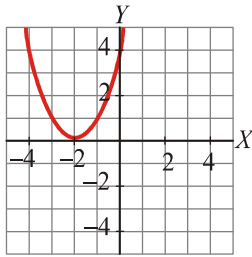
a)  $y = -3x + 5$

b)  $y = (x+2)^2$

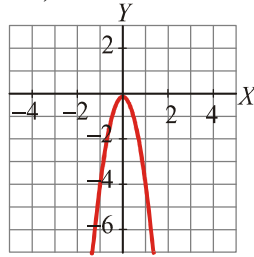
c)  $y = -\frac{5}{3}x - 1$

d)  $y = -4x^2$

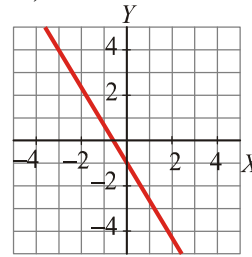
I)



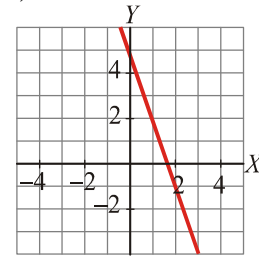
II)



III)



IV)



**EJERCICIO 30** : Asocia a cada una de las gráficas una de las siguientes expresiones analíticas:

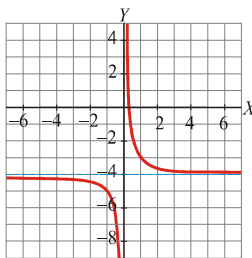
a)  $y = \frac{1}{x+4}$

b)  $y = \sqrt{x-1}$

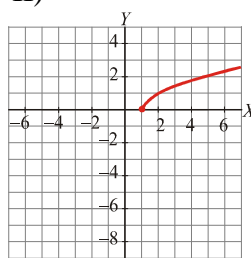
c)  $y = \frac{1}{x} - 4$

d)  $y = \sqrt{2-x}$

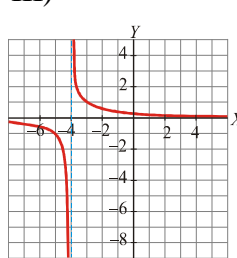
I)



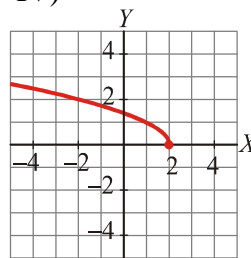
II)



III)



IV)



**EJERCICIO 31** : Un cántaro vacío con capacidad para 20 litros pesa 2550 gramos. Escribe la función que nos da el peso total del cántaro según la cantidad de agua, en litros, que contiene.

**EJERCICIO 32** : El perímetro de un rectángulo es de 30 cm. Obtén la función que nos dé el área del rectángulo en función de la longitud de la base.

**EJERCICIO 33** : El precio por establecimiento de llamada en cierta tarifa telefónica es de 0,12 euros. Si hablamos durante 5 minutos, la llamada nos cuesta 0,87 euros en total. Halla la función que nos da el precio total de la llamada según los minutos que estemos hablando.

**EJERCICIO 34** : Un muelle mide 7 cm cuando colgamos de él un peso de 10 gramos, y mide 13 cm cuando colgamos de él 80 gramos.

- Estima, mediante interpolación lineal, cuánto medirá si colgamos de él 50 gramos.
- Escribe la ecuación de la recta que nos da la longitud,  $y$ , en función del peso que colgamos,  $x$ .
- Representa gráficamente la función anterior.

**EJERCICIO 35** : Subiendo una montaña, medimos la temperatura a 360 m de altura, y esta era de 8° C. Cuando estábamos a 720 m de altura, la temperatura era de 6° C.

- Estima, mediante interpolación lineal, la temperatura que había a 500 m de altura.
- Halla la expresión analítica de la recta que nos da la temperatura en función de la altura,  $y$  y represéntala gráficamente.

• **Composición de funciones**

**EJERCICIO 36** : Dadas las funciones  $f(x) = 2x^2 - 1$  y  $g(x) = \sqrt{x}$ , calcula:

- a)  $(f \circ g)(x)$                                       b)  $(g \circ f)(x)$

**EJERCICIO 37** : Considera las funciones  $f$  y  $g$  definidas por:  $f(x) = \frac{x+1}{3}$ ,  $g(x) = x^2 - 1$

- Calcula: a)  $(f \circ g)(x)$                                       b)  $(g \circ f)(x)$

**EJERCICIO 38** : Sabiendo que  $f(x) = x - x^2$  y  $g(x) = \text{sen } x$ , halla:

- a)  $(g \circ f)(x)$                                       b)  $(g \circ g)(x)$

**EJERCICIO 39** : Con las funciones:  $f(x) = x^2 + 1$  y  $g(x) = \frac{1}{x}$  hemos obtenido, por composición,

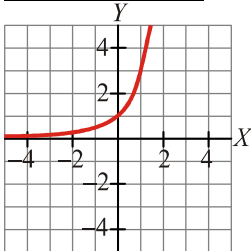
estas otras:  $p(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$     $q(x) = \frac{1}{x^2} + 1$ . Explica cómo, a partir de  $f$  y  $g$ , se pueden obtener  $p$  y  $q$ .

**EJERCICIO 40** : Dadas las funciones:  $f(x) = \frac{x^2}{2}$  y  $g(x) = \sqrt{x+1}$ . Explica como, a partir de ellas, se

pueden obtener por composición estas otras:  $p(x) = \frac{x+1}{2}$     $q(x) = \sqrt{\frac{x^2}{2} + 1}$

• **Inversa de una función**

**EJERCICIO 41** : La siguiente gráfica corresponde a la función  $y = f(x)$ :



- a) Calcula  $f^{-1}(3)$  y  $f^{-1}(1)$   
 b) Representa en los mismos ejes,  $f^{-1}(x)$  a partir de la gráfica de  $f(x)$

**EJERCICIO 42** : Halla la función inversa de estas funciones y comprobarlo analíticamente:

- a)  $f(x) = \frac{2x+1}{3}$                       b)  $y = 4x^3 - 1$                       c)  $y = 3 - \sqrt{2x^2 - 1}$                       d)  $y = \frac{x-5}{2x+1}$

• **Funciones exponenciales y logarítmicas**

**EJERCICIO 43** : Representa la gráfica de las siguientes funciones y estudia sus propiedades

- a)  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-2}$                       b)  $y = 1 + \log_2 x$                       c)  $y = \log_{1/3} x$                       d)  $y = 2^{1+x}$   
 e)  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$                       f)  $y = \log(x+1)$                       g)  $y = e^x$                       h)  $y = \text{Ln } x$

**EJERCICIO 44 :** Asocia\_cada una de las siguientes gráficas con su ecuación:

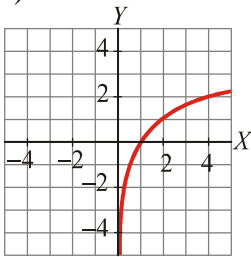
a)  $y = 2^x$

b)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

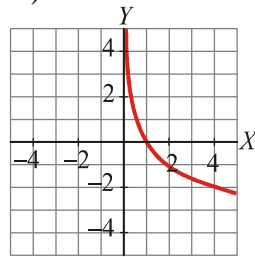
c)  $y = \log_2 x$

d)  $y = \log_{1/2} x$

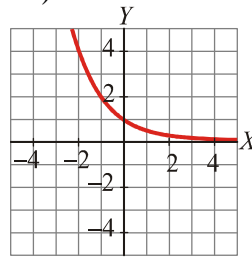
I)



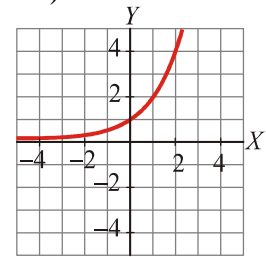
II)



III)



IV)



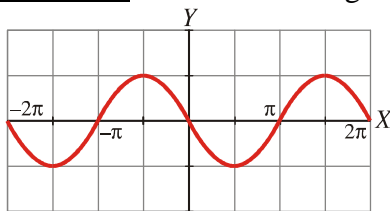
**EJERCICIO 45 :** Una cierta población crece de acuerdo con la ecuación  $y = 1 + k \cdot e^{at}$  donde  $t$  es el tiempo en meses e  $y$  es el número de individuos en miles.

a) Calcula  $k$  y  $a$  sabiendo que  $y(0) = 1,2$  y que  $y(10) = 1 + 0,2e \approx 1,54$

b) Representa la función obtenida con los valores de  $k$  y  $a$  que has hallado.

• **Funciones trigonométricas**

**EJERCICIO 46 :** Considera la siguiente gráfica:



a) Di cuál de estas expresiones analíticas le corresponde:

$y = \cos(x + \pi)$

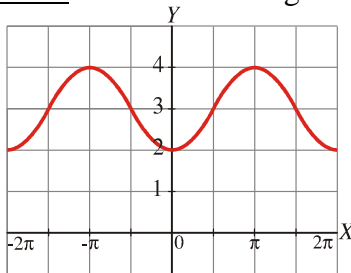
$y = \sin(x + \pi)$

$y = \cos 2x$

$y = \sin 2x$

b) Di cuál es su dominio de definición, cuál es su periodo y qué valores mínimo y máximo alcanza.

**EJERCICIO 47 :** Considera la siguiente gráfica y responde:



a) ¿Cuál de estas es su expresión analítica?

$y = 3 - \sin x$        $y = 3 - \cos x$

$y = 3 + \cos x$        $y = 3 + \sin x$

b) ¿Cuál es su dominio de definición?

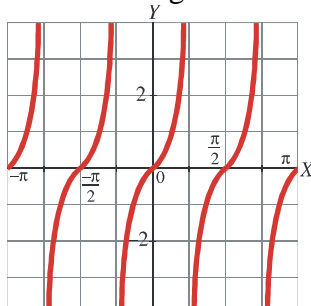
c) ¿Es una función continua?

d) ¿Es periódica? ¿Cuál es su periodo?

e) ¿Qué valores mínimo y máximo alcanza?

**EJERCICIO 48 :**

a) Di cuál de las siguientes expresiones se corresponde con la gráfica:



$y = 2 \cos x$

$y = 2 \operatorname{tg} x$

$y = \operatorname{tg} 2x$

$y = 2 + \cos x$

$y = \cos 2x$

b) Para la función anterior, di cuál es su dominio, estudia su continuidad e indica cuál es su periodo.