

TEMA 10 - COMBINATORIA

NOCIONES GENERALES DE COMBINATORIA

m = n° de elementos que disponemos. n = n° de elementos que cogemos.		ORDEN	
		SI	NO
REPETIR	NO	m ≠ n VARIACIONES $V_m^n = \underbrace{m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \dots}_{n \text{ factores}}$ m = n PERMUTACIONES $P_n = n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1$	COMBINACIONES $C_m^n = \binom{m}{n} = \frac{m!}{n! \cdot (m-n)!}$
	SI	m ≠ n VARIACIONES CON REPETICIÓN $VR_m^n = m^n$ m = n PERMUTACIONES CON REPETICIÓN (Sabido como se repiten) $P_m^{r_1, r_2, r_3, \dots} = \frac{m!}{r_1! \cdot r_2! \cdot r_3! \cdot \dots}$	COMBINACIONES CON REPETICIÓN $CR_m^n = C_{m+n-1}^n$

FACTORIAL DE UN NÚMERO

n! Siendo n un número Natural

0! = 1

1! = 1

2! = 2.1

3! = 3.2.1

.

.

n! = n.(n-1).(n-2).…….1

NÚMEROS COMBINATORIOS

$$C_m^n = \binom{m}{n} = \frac{m!}{n! \cdot (m-n)!}$$
 siendo m y n números naturales y m ≥ n

EJEMPLO 1**a) ¿Cuántos números de 2 cifras se pueden formar con las cifras impares?**Modo 1 : Recuento directo

11	31	51	71	91	
13	33	53	73	93	
15	35	55	75	95	25 Números
17	37	57	77	97	
19	39	59	79	99	

Modo 2 : Técnicas de recuento

Tengo: 1,3,5,7,9

Cojo: _ _

Orden: Si ($13 \neq 31$)

Repetir: Si (11)

 $VR_{5,2} = 5^2 = 25$ números**b) ¿Cuántos números de 4 cifras se pueden formar con las cifras impares?**Modo 1 : Recuento directo – LargísimoModo 2 : Técnicas de recuento

Tengo: 1,3,5,7,9

Cojo: _ _ _ _

Orden: Si ($1333 \neq 3133$)

Repetir: Si (1111)

 $VR_{5,4} = 5^4 = 625$ números**c) ¿Cuántos números de 2 cifras diferentes se pueden formar con las cifras impares?**Modo 1 : Recuento directo

13	31	51	71	91	
15	35	53	73	93	20 Números
17	37	57	75	95	
19	39	59	79	97	

Modo 2 : Técnicas de recuento

Tengo: 1,3,5,7,9

Cojo: _ _

Orden: Si ($13 \neq 31$)

Repetir: No (Cifras diferentes)

 $V_{5,2} = 5.4 = 20$ números**d) ¿Cuántos números de 4 cifras diferentes se pueden formar con las cifras impares?**Modo 1 : Recuento directo - LarguísimoModo 2 : Técnicas de recuento

Tengo: 1,3,5,7,9

Cojo: _ _ _ _

Orden: Si ($1357 \neq 3157$)

Repetir: No (Cifras diferentes)

 $V_{5,4} = 5.4.3.2 = 120$ números

e) ¿Cuántos números de 3 cifras diferentes se pueden formar con las cifras 1,2,3?

Modo 1 : Recuento directo

123 213 312
132 231 321 6 Números

Modo 2 : Técnicas de recuento

Tengo: 1,2,3

Cojo: _ _ _

Orden: Si ($123 \neq 132$)

Repetir: No (Cifras diferentes)

$m = n \Rightarrow P_3 = 3! = 6$

e) ¿Cuántos números de 3 cifras se pueden formar con las cifras 1,2,3?

Modo 1 : Recuento directo

111 211 311
112 212 312 27 Números
113 213 313
121 221 321
122 222 322
123 223 323
131 231 331
132 232 332
133 233 333

Modo 2 : Técnicas de recuento

Tengo: 1,2,3

Cojo: _ _ _

Orden: Si ($123 \neq 132$)

Repetir: Si (111)

$m = n$ (Pero no se como se repiten)

$VR_{3,3} = 3^3 = 27$ Números

f) ¿Cuántos números de 3 cifras se pueden formar con las cifras 1,2 de forma que el 2 se repita dos veces?

Modo 1 : Recuento directo

122 212 221 \Rightarrow 3 Números

Modo 2 : Técnicas de recuento

Tengo: 1,2,2

Cojo: _ _ _

Orden: Si ($122 \neq 212$)

Repetir: Si (122)

$m = n$ (Sé como se repiten(dos doses y un uno))

$PR_3^{2,1} = \frac{3!}{2!.1!} = 3$

EJEMPLO 2: Calcula de cuántas formas podemos ordenar 10 libros en una librería si....**a) Los libros son diferentes**Modo 1 : Recuento directo \Rightarrow ImposibleModo 2 : Técnicas de recuento

Tengo: A,B,C,D,E,F,G,H,I,J

Cojo: - - - - -

Orden: Si (AB..... \neq BA.....)

Repetir: No (Los libros son diferentes)

 $m = n \Rightarrow P_{10} = 10! = 3.628.800$ formas**b) Hay 3 libros iguales de mate, 5 iguales de lengua y 2 iguales de historia.**Modo 1 : Recuento directo \Rightarrow ImposibleModo 2 : Técnicas de recuento

Tengo: M,M,M,L,L,L,L,H,H

Cojo: - - - - -

Orden: Si (ML..... \neq LM.....)

Repetir: Si (3M, 5L, 2H)

 $m = n \Rightarrow PR_{10}^{3,5,2} = \frac{10!}{3!.5!.2!} = 2520$ formas**EJEMPLO 3: En una clase de 26 alumnas****a) Elegimos tres para la comisión de festejos** $m = 26$ $n = 3$

Orden: No (Me importa que me elijan, me da igual la 1ª, que la 2ª, que la 3ª)

Repetir: No (No puedo coger dos veces a la misma persona)

 $C_{26,3} = \binom{26}{3} = \frac{26!}{3!.23!} = \frac{26.25.24}{3.2.1} = 2600$ formas**b) Elegimos tres para la comisión de festejos (Una es la presidenta, otra la secretaria y la tercera la vocal)** $m = 26$ $n = 3$

Orden: Si (No me da igual ser presidenta, que secretaria que vocal)

Repetir: No (No puedo coger dos veces a la misma persona)

 $V_{26,3} = 26.25.24 = 15.600$ formas

EJEMPLO 4:

a) Tenemos 3 bicicletas iguales para sortear entre las 26 alumnas de una clase. ¿De cuántas formas podemos hacerlo si cada alumna sólo se puede llevar una bicicleta?

De las 26 alumnas, elijo 3 para darles bicicleta

$$m = 26$$

$$n = 3$$

Orden: No (Todas las bicicletas son iguales)

Repetir: No (Cada alumna solo se puede llevar una bicicleta)

$$C_{26,3} = \binom{26}{3} = \frac{26!}{3!.23!} = \frac{26.25.24}{3.2.1} = 2600 \text{ formas}$$

b) Tenemos 3 bicicletas (una de carretera, una de montaña y otra de trialsin) para sortear entre las 26 alumnas de una clase. ¿De cuántas formas podemos hacerlo si cada alumna sólo se puede llevar una bicicleta?

$$m = 26$$

$$n = 3$$

Orden: Si (No me da igual una bici de carretera, que una de montaña,...)

Repetir: No (Cada alumna solo se puede llevar una bicicleta)

$$V_{26,3} = 26.25.24 = 15.600 \text{ formas}$$

c) Contesta a las dos preguntas anteriores, suponiendo que se permite que una alumna pueda ganar más de una bicicleta.

Bicicletas iguales:

$$m = 26$$

$$n = 3$$

Orden: No (Todas las bicicletas son iguales)

Repetir: Si (Una alumna se puede llevar más de una bicicleta)

$$CR_{26,3} = C_{26+3-1,3} = C_{28,3} = \binom{28}{3} = \frac{28!}{3!.23!} = \frac{28.27.26}{3.2.1} = 3276 \text{ formas}$$

Bicicletas distintas:

$$m = 26$$

$$n = 3$$

Orden: Si (No me da igual ser presidenta, que secretaria que vocal)

Repetir: : Si (Una alumna se puede llevar más de una bicicleta)

$$VR_{26,3} = 26^3 = 17.576 \text{ formas}$$