Proyecto MaTEX

Resolución de Triángulos

Fco Javier González Ortiz

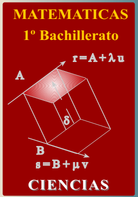
Directorio

- Tabla de Contenido
- Inicio Artículo

 javier.gonzalez@unican.es

D.L.:SA-1415-2004

ISBN: 84-688-8267-4



◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

Tabla de Contenido

1. Triángulos rectángulos
   1.1. Ejercicios
2. Triángulos cualesquiera
   2.1. Teorema de los senos
   2.2. Teorema del coseno
   2.3. Ejercicios

Soluciones a los Ejercicios

1. Triángulos rectángulos

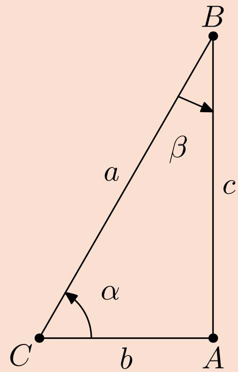
Hallar los elementos de un triángulo rectángulo $\triangle CAB$ a partir de otros elementos es muy sencillo:

- Para los ángulos se tiene

$$\widehat{A} = 90^o \quad \alpha + \beta = 90^o$$

  luego, si se conoce un ángulo agudo el otro es su complementario.

- Con un ángulo agudo y cualquier lado conocido, se pueden hallar los demás lados.



Basta para ello usar las razones trigonométricas de los ángulos α o β

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{c}{a} \qquad \cos\alpha = \frac{b}{a} \qquad \tan\alpha = \frac{c}{b}$$

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{b}{a} \qquad \cos\beta = \frac{c}{a} \qquad \tan\beta = \frac{b}{c}$$

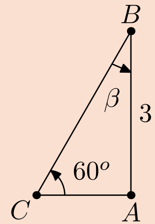
Doc Doc
Volver Cerrar

Ejemplo 1.1. Resuelve el triángulo conocidos $\alpha = 60^o$ y $AB = 3$.

Solución: $\beta = 90^o - \alpha = 30^o$

$$\operatorname{sen} 60^o = \frac{3}{CB} \Longrightarrow CB \approx 3{,}46$$

$$\tan 60^o = \frac{3}{CA} \Longrightarrow CA \approx 1{,}73$$



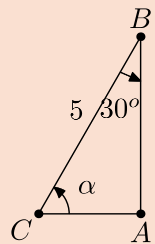
□

Ejemplo 1.2. Resuelve el triángulo conocidos $\beta = 30^o$ y $CB = 5$.

Solución: $\alpha = 90^o - \beta = 60^o$

$$\operatorname{sen} 60^o = \frac{AB}{5} \Longrightarrow AB \approx 4{,}33$$

$$\cos 60^o = \frac{CA}{5} \Longrightarrow CA = 2{,}5$$

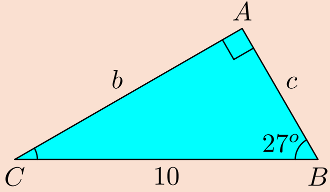


□

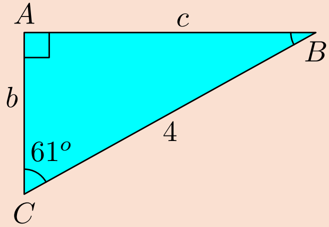
1.1. Ejercicios

Ejercicio 1. Hallar los elementos del triángulo que faltan

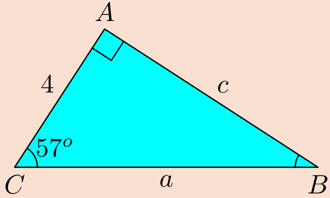
(a)



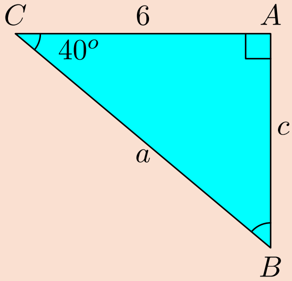
(b)



(c)

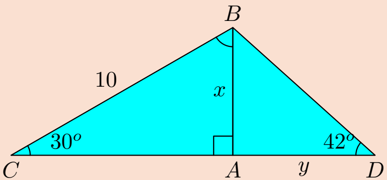


(d)

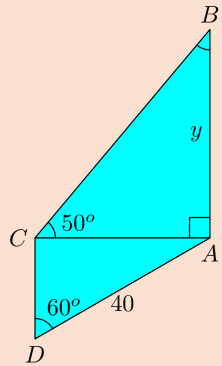


Ejercicio 2. Los siguientes gráficos están formados con triángulos rectángulos. Hallar las incógnitas que aparecen en ellos.

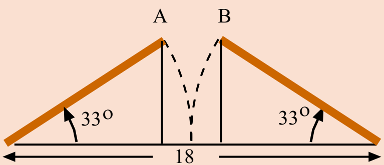
(a)



(b)

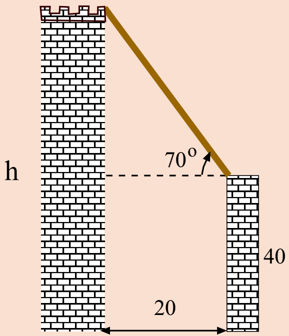


Ejercicio 3. Dos puentes levadizos tienen la misma longitud y están elevados 33^o, ¿qué distancia separa los puntos A y B ?

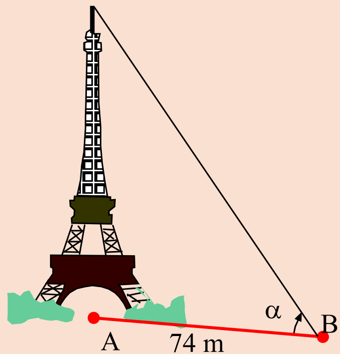


Ejercicio 4. Resolver los siguientes ejercicios:

(a) Desde lo alto de una torre se ven las almenas de otra torre separada 20 m bajo un ángulo de 70^o. Si estas a una altura de 40 m, ¿cuál es la longitud de una escalera apoyada en ambas y la altura de la torre vecina?



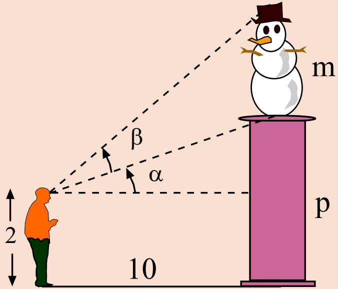
(b) Para calcular de la torre Eiffel, una persona se sitúa en B a una distancia de 74 m de la base de la torre. Si observa la torre bajo un ángulo $\alpha = 75^o$.¿Cuánto mide la torre Eiffel ?

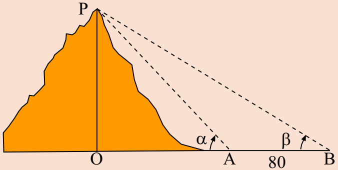


Ejercicio 5. Resolver los siguientes ejercicios:

(a) Una persona de 2 m se sitúa a 10 m de una estatua de longitud m sobre un pedestal de altura p. Si calcula los ángulos $\alpha = 20$ y $\beta = 15$, hallar la longitud de la estatua.

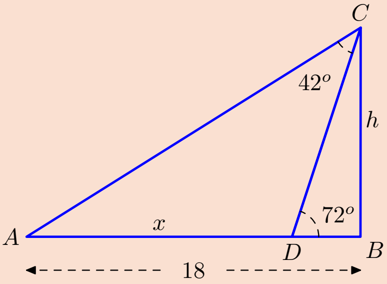
(b) Para calcular la altura de la montaña, desde dos puntos A y B separados una distancia $AB = 80$ m, se miden los ángulos $\alpha = 40^o$ y $\beta = 35^o$ ¿Cuál es la altura de la montaña?





◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

Ejercicio 6. En el gráfico siguiente calcular el valor de x y h



2. Triángulos cualesquiera

2.1. Teorema de los senos

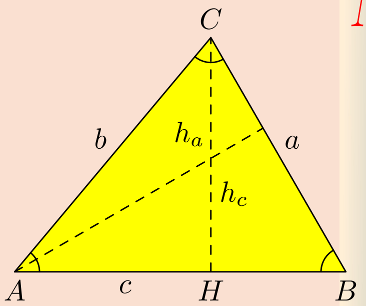
Teorema 2.1. Sea el triángulo ABC y la altura h_c correspondiente al vértice C. Como los triángulos AHC y BHC son rectángulos, se tiene que:

$$\begin{array}{rl} h_c = & b \operatorname{sen} A \\ h_c = & a \operatorname{sen} B \end{array} \Longrightarrow b \operatorname{sen} A = a \operatorname{sen} B$$

luego

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B}$$

De forma análoga si se traza la altura h_a correspondiente al vértice A



> En todo triángulo la proporción de los lados y los senos de sus ángulos respectivos es constante.
>
> $$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \qquad (1)$$

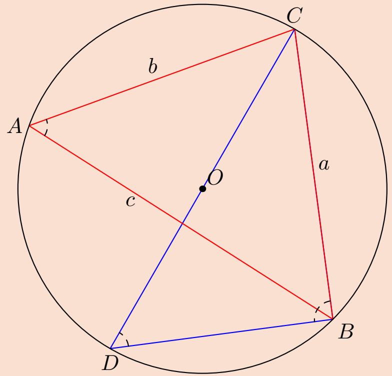
Nota de interés Si construimos la circunferencia de radio r circunscrita al triángulo ABC y trazamos el diámetro CD, se tiene:

En ABC se cumple

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

El triángulo DBC tiene un lado común a, el lado $DC = 2r$ pues es un diámetro y el $\widehat{B} = 90^o$, pues abarca un diámetro,luego:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} D} = \frac{2r}{\operatorname{sen} 90^o}$$



Como los ángulos $\widehat{A} = \widehat{D}$ son iguales, ya que abarcan el mismo arco, al sustituir en la primera expresión se obtiene que la proporción es igual al diámetro de la circunferencia circunscrita al triángulo.

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} = 2r$$

Ejemplo 2.1. De un triángulo se conocen el lado $b = 5$ y los ángulos $\widehat{A} = 35^o$ y $\widehat{B} = 100^o$. Hallar los otros dos lados.

Solución: Por el teorema de los senos

$$\frac{a}{\operatorname{sen} 35^o} = \frac{5}{\operatorname{sen} 100^o} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

despejando a, $a = \dfrac{5}{\operatorname{sen} 100^o} \operatorname{sen} 35^o \Longrightarrow \boxed{a \approx 2{,}91}$

Como $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^o \Longrightarrow \widehat{C} = 45^o$, y despejando c

$$c = \frac{5}{\operatorname{sen} 100^o} \operatorname{sen} 45^o \Longrightarrow \boxed{c \approx 3{,}59}$$

□

Ejemplo 2.2. De un triángulo se conocen el lado $c = 4$ y los ángulos $\widehat{B} = 35^o$ y $\widehat{C} = 120^o$. Hallar los otros dos lados.

Solución: Por el teorema de los senos

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} 35^o} = \frac{4}{\operatorname{sen} 120^o}$$

despejando b, $b = \dfrac{4}{\operatorname{sen} 120^o} \operatorname{sen} 35^o \Longrightarrow \boxed{b \approx 2{,}65}$

Como $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^o \Longrightarrow \widehat{A} = 25^o$, y despejando a

$$a = \frac{4}{\operatorname{sen} 120^o} \operatorname{sen} 25^o \Longrightarrow \boxed{a \approx 1{,}952}$$

□

Ejemplo 2.3. Resuelve el triángulo dados $a = 4, b = 5$ y $\widehat{A} = 45^o$.

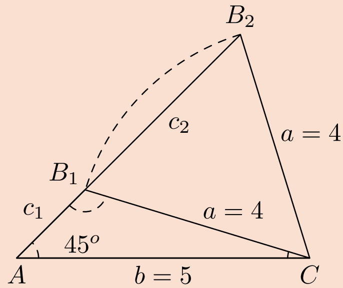
Solución:

Por el teorema de los senos

$$\frac{4}{\operatorname{sen} 45^o} = \frac{5}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

despejando $\operatorname{sen} B$

$$\operatorname{sen} B = 5\,\frac{\operatorname{sen} 45^o}{4} = 0{,}88$$



$$\Longrightarrow \boxed{B_1 = 117{,}89^o \vee B_2 = 62{,}11^o}$$

Como

$$A + B + C = 180^o \Longrightarrow \boxed{\begin{array}{ll} C_1 = 17{,}11^o & c_1 = 1{,}66 \\ C_2 = 72{,}89^o & c_2 = 5{,}41 \end{array}}$$

En el dibujo se aprecia por qué tiene dos soluciones . □

MATEMATICAS 1º Bachillerato
CIENCIAS
MaTEX
TRIÁNGULOS
◀◀ ▶▶ ◀ ▶ ◀ Doc Doc ▶ Volver Cerrar

2.2. Teorema del coseno

Teorema 2.2. Sea el triángulo ABC y la altura h_c correspondiente al vértice C. Como los triángulos AHC y BHC son rectángulos, se tiene que:

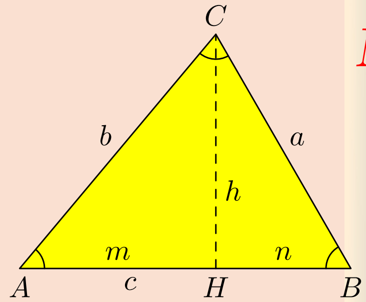
$$\begin{aligned} a^2 &= \quad n^2 + h^2 \\ b^2 &= \quad m^2 + h^2 \end{aligned} \qquad \text{restando}$$

$$a^2 - b^2 = n^2 - m^2$$

Sustituyendo $n = c - m$, se obtiene

$$a^2 - b^2 = c^2 - 2\,c\,m$$

y teniendo en cuenta que $m = b \cos A$



$$\boxed{\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2\,b\,c\,\cos A \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2\,a\,c\,\cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2\,a\,b\,\cos C \end{aligned} \qquad (2)}$$

Con estas expresiones, a partir de dos lados y el ángulo comprendido se puede calcular el tercer lado.

Ejemplo 2.4. Hallar el lado c de un triángulo, conociendo los lados $a = 5$, $b = 4$ y el ángulo comprendido $\hat{C} = 60^o$.

Solución: Del teorema del coseno se tiene:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b\,\cos\hat{C}$$
$$c^2 = (5)^2 + (4)^2 - 2\,(5)\,(4)\,\cos 60^o = 21 \Longrightarrow \boxed{c = 4{,}5826}$$

□

Ejemplo 2.5. Hallar los ángulos de un triángulo conociendo sus lados $a = 5$, $b = 4$ y $c = 7$.

Solución: Del teorema del coseno se tiene:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c\,\cos A$$
$$\cos A = -\frac{a^2 - b^2 - c^2}{2\,b\,c} = -\frac{5}{7} \Longrightarrow \boxed{A = 135{,}58^o}$$

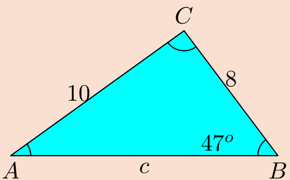
Ahora con el teorema de los senos calculamos otro ángulo

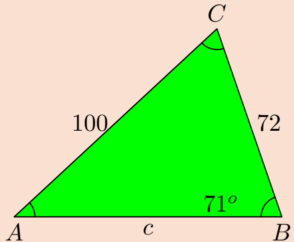
$$\frac{5}{\operatorname{sen} A} = \frac{4}{\operatorname{sen} B} = \frac{7}{\operatorname{sen} C}$$
$$\operatorname{sen} B = 4\,\frac{\operatorname{sen} A}{5} = 4\,\frac{0{,}7}{5} = 0{,}56 \Longrightarrow \boxed{B = 30{,}05^o}$$

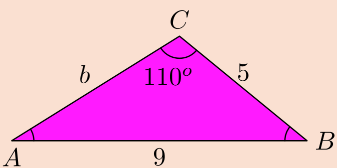
Como $A + B + C = 180^o \Longrightarrow \boxed{C = 14{,}37^o}$ □

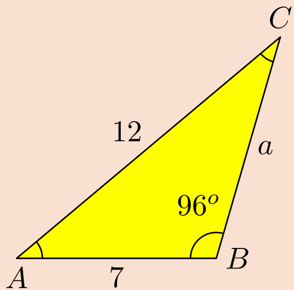
2.3. Ejercicios

Ejercicio 7. Hallar los elementos del triángulo que faltan

(a) 

(b) 

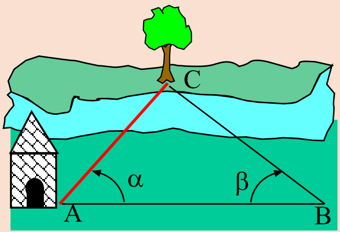
(c) 

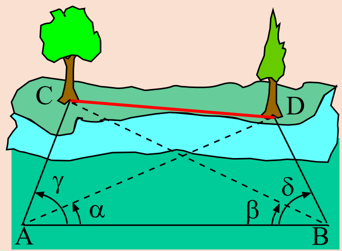
(d) 

Ejercicio 8. Resolver los siguientes ejercicios:

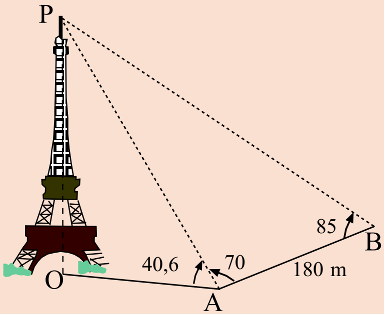
(a) Se quiere calcular la distancia AC entre una casa y un árbol separados por un rio.
Para ello nos separamos una distancia $AB = 80$ m, midiendo los ángulos $\alpha = 60^o$ y $\beta = 35^o$.

(b) Se quiere calcular la distancia CD entre dos árboles inaccesibles. Para ello nos separamos una distancia $AB = 100$m, midiendo los ángulos α, β, γ y δ





Ejercicio 9. Para calcular la altura de la torre Eiffel sin acceder hasta su base, una persona efectúa las medidas de los ángulos del dibujo en dos puntos A y B separados 180 m. ¿Cuánto mide la altura OP de la torre Eiffel?



Ejercicio 10. En los siguientes ejercicios se dan **tres** elementos de un triángulo. Se piden los elementos que faltan.

a) $a = 10, b = 9, \hat{C} = 70^o$

b) $a = 12, \hat{A} = 30^o, \hat{B} = 100^o$

c) $a = 4, b = 8, \hat{B} = 40^o$

d) $a = 6, b = 7, c = 8$

e) $a = 8, b = 12, c = 20$

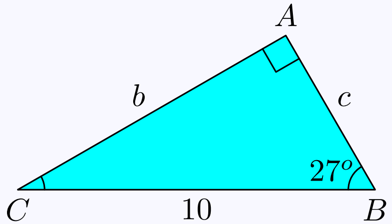
f) $b = 10, c = 6, \hat{C} = 45^o$

g) $a = 10, \hat{A} = 45^o, \hat{C} = 75^o$

h) $a = 1, c = \sqrt{3}, \hat{B} = 30^o$

Soluciones a los Ejercicios

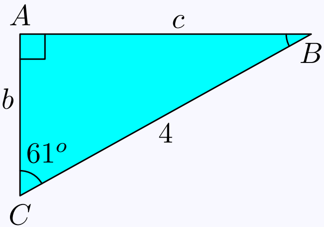
Ejercicio 1(a) Al ser un triángulo rectángulo



$$\begin{aligned} \widehat{B}+\widehat{C} =& 90^o \qquad \Longrightarrow \qquad \widehat{C}=63^o \\ c =& 10\,\cos 27^o \qquad \Longrightarrow c \simeq 8{,}91 \\ b =& 10\,\text{sen}\,27^o \qquad \Longrightarrow b \simeq 4{,}54 \end{aligned}$$

$\square$

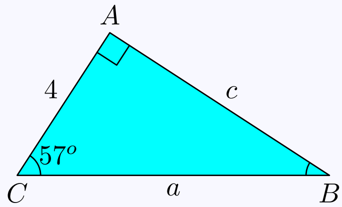
Ejercicio 1(b) Al ser un triángulo rectángulo



$$\begin{aligned} \widehat{B}+\widehat{C} =& 90^o \quad \Longrightarrow \quad \widehat{B}=29^o \\ c =& 4 \,\text{sen}\, 61^o \quad \Longrightarrow \quad c \simeq 3{,}5 \\ b =& 4 \,\cos 61^o \quad \Longrightarrow b \simeq 1{,}94 \end{aligned}$$

$\square$

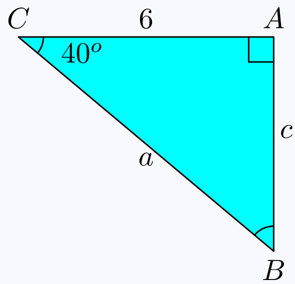
Ejercicio 1(c) Al ser un triángulo rectángulo



$$\begin{aligned} \widehat{B}+\widehat{C} &= 90^o \Longrightarrow & \widehat{B} &= 33^o \\ 4 &= a\,\cos 57^o \Longrightarrow & a &\simeq 7{,}34 \\ \tan 57^o &= \frac{c}{4} \Longrightarrow & c &\simeq 6{,}16 \end{aligned}$$

$\square$

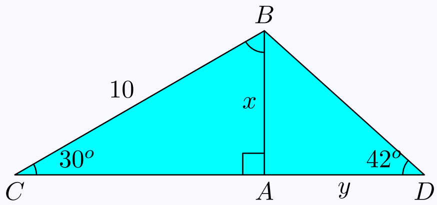
Ejercicio 1(d) Al ser un triángulo rectángulo



$$\begin{aligned} \widehat{B}+\widehat{C} =& 90^o & \Longrightarrow & \quad \widehat{B}=50^o \\ 6 =& a\,\cos 40^o & \Longrightarrow & \quad a \simeq 7{,}83 \\ \tan 40^o =& \frac{c}{6} & \Longrightarrow & \quad c \simeq 5{,}03 \end{aligned}$$

□

Ejercicio 2(a)



En el triángulo rectángulo ΔCAB se tiene

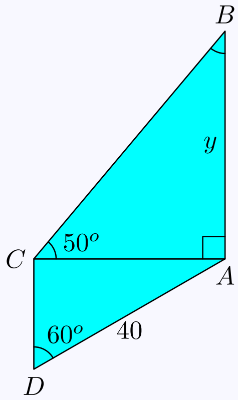
$$x = 10 \operatorname{sen} 30^o = \boxed{5}$$

y en el triángulo rectángulo ΔDAB se tiene

$$\tan 42^o = \frac{x}{y} \Longrightarrow \boxed{y \simeq 5{,}55}$$

□

Ejercicio 2(b)



En el triángulo rectángulo ΔDCA se tiene

$$CA = 40 \text{ sen } 60^o = \boxed{34{,}64}$$

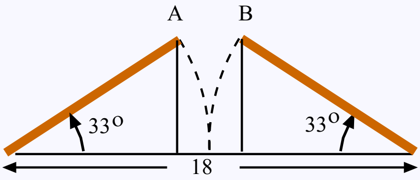
y en el triángulo rectángulo ΔCAB se tiene

$$\tan 50^o = \frac{y}{CA} \Longrightarrow \boxed{y \simeq 41{,}28}$$

□

Ejercicio 3.

Como la distancia total es 18 cada puente mide 9 m.
Del dibujo se aprecia que dos veces la proyección horizontal del puente mas AB es igual a 18. Es decir



$$9 \times \cos 33^o + AB + 9 \times \cos 33^o = 18$$

luego

$$AB = 18 - 18 \times \cos 33^o \approx \boxed{2{,}9} \text{ m.}$$

Ejercicio 3

◄◄ ►►
◄ ►
◄ Doc Doc ►
Volver Cerrar

Ejercicio 4(a)

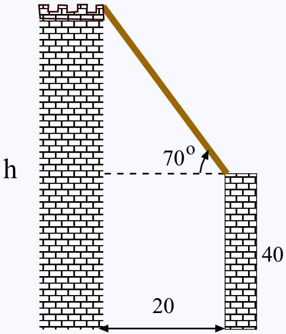
Sea e la longitud de la escalera, se tiene

$$\cos 70^o = \frac{20}{e} \Longrightarrow \boxed{e \approx 58{,}5}$$

Por otra parte

$$\tan 70^o = \frac{h-40}{20} \Longrightarrow$$

$$\boxed{h = 40 + 20\,\tan 70^o \approx 90{,}95}$$



□

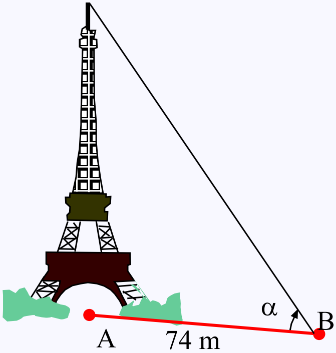
Ejercicio 4(b)

Siendo $\alpha = 75^o$, y considerando un triángulo rectángulo con ángulo recto en A, se tiene

$$\tan\alpha = \frac{h}{74}$$

luego

$$\boxed{h = 74 \times \tan 75^o \approx 276} \text{ metros}$$



Ejercicio 5(a)

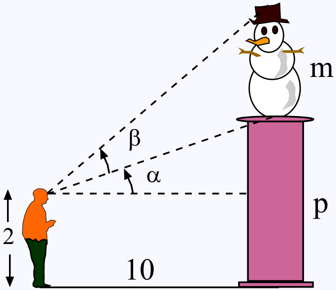
Siendo $\alpha = 20$ y $\beta = 15$,

$$\tan \alpha = \frac{p-2}{10} \Longrightarrow$$

$$\boxed{p = 2 + 10\,\tan 20^o \approx 5{,}64}$$

Por otra parte se tiene que

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{m+p-2}{10} \Longrightarrow$$



despejando la altura m de la estatua

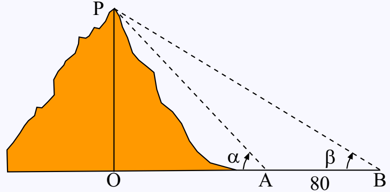
$$\boxed{m = 2 - p + 10\,\tan(20^o + 15^o) \approx 3{,}36}$$

□

◀◀ ▶▶ ◀ ▶ ◀ Doc Doc ▶ Volver Cerrar

Ejercicio 5(b)

Sea la altura $\overline{OP} = h$, $\alpha = 40^o$ y $\beta = 35^o$. En OAP se tiene



$$\tan 40^o = \frac{h}{\overline{OA}}$$

y en OBP se tiene

$$\tan 35^o = \frac{h}{\overline{OA} + 80}$$

Resolvemos el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, h y $\overline{OA}$:

$$h = 0{,}84\, \overline{OA} \Longrightarrow 0{,}70 = \frac{0{,}84\, \overline{OA}}{\overline{OA} + 80}$$

Despejando $\overline{OA}$, se obtiene $\boxed{\overline{OA} = 400}$ m.

Sustituyendo en la primera ecuación se obtiene la altura $\boxed{h \approx 336}$ m. □

◀◀ ▶▶ ◀ ▶ ◀ Doc Doc ▶ Volver Cerrar

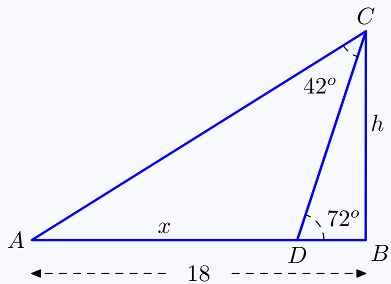
Ejercicio 6. Primero calculamos el valor de $\widehat{A}$

Como $\angle ADB = 180^o - 72^o$

$$\widehat{A} + 42^o + \angle ADB = 180^0 \Longrightarrow$$

$$\widehat{A}+42^o+(180^o-72^o) = 180^0 \Longrightarrow$$

$$\widehat{A} = 30^o$$



$$\tan 30^o = \frac{h}{18} \Longrightarrow h = \frac{18}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$$

Por otra parte

$$\tan 72^o = \frac{h}{18-x} = \frac{6\sqrt{3}}{18-x} \Longrightarrow 3{,}08 = \frac{6\sqrt{3}}{18-x}$$

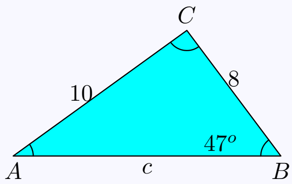
$$55{,}4 - 3{,}08\,x = 10{,}4 \Longrightarrow \boxed{x \approx 14{,}6}$$

Ejercicio 6

Ejercicio 7(a)

De la regla de los senos

$$\frac{8}{\operatorname{sen} A} = \frac{10}{\operatorname{sen} 47^o} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$



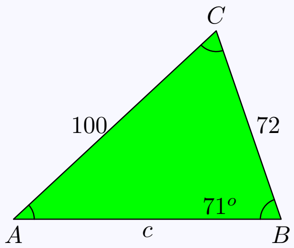
$$\begin{aligned}
\operatorname{sen} A =& \frac{a}{b} \operatorname{sen} B \\
=& \frac{8}{10} \operatorname{sen} 47^o = 0{,}585 \Longrightarrow \quad A \simeq 35{,}8^o \\
A + B + C =& 180^o \Longrightarrow \qquad\qquad C \simeq 97{,}19^o \\
c =& \frac{b}{\operatorname{sen} B} \operatorname{sen} C \\
=& \frac{10}{\operatorname{sen} 47^o} \operatorname{sen} 97{,}19^o \Longrightarrow \quad c \simeq 13{,}56
\end{aligned}$$

□

Ejercicio 7(b)

De la regla de los senos

$$\frac{72}{\operatorname{sen} A} = \frac{100}{\operatorname{sen} 71^o} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$



$$\begin{aligned}
\operatorname{sen} A =& \frac{a}{b} \operatorname{sen} B \\
=& \frac{72}{100} \operatorname{sen} 71^o = 0{,}68 \Longrightarrow \quad A \simeq 42{,}9^o \\
A + B + C =& 180^o \Longrightarrow \qquad C \simeq 66{,}10^o \\
c =& \frac{b}{\operatorname{sen} B} \operatorname{sen} C \\
=& \frac{100}{\operatorname{sen} 71^o} \operatorname{sen} 66{,}10^o \Longrightarrow \quad c \simeq 96{,}69
\end{aligned}$$

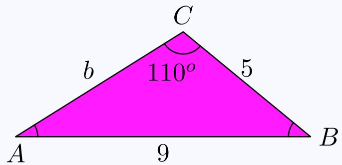
□

MATEMATICAS 1º Bachillerato CIENCIAS
MaTEX
TRIÁNGULOS
Doc Doc
Volver Cerrar

Ejercicio 7(c)

De la regla de los senos

$$\frac{5}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{9}{\operatorname{sen} 110^o}$$



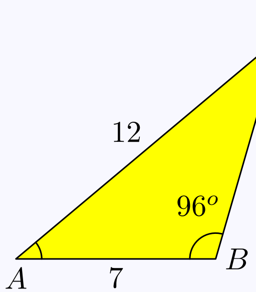
$$\begin{aligned}
\operatorname{sen} A =& \frac{a}{c} \operatorname{sen} C \\
=& \frac{5}{9} \operatorname{sen} 110^o = 0{,}52 \Longrightarrow A \simeq 31{,}5^o \\
A + B + C =& 180^o \Longrightarrow \qquad B \simeq 38{,}5^o \\
b =& \frac{c}{\operatorname{sen} C} \operatorname{sen} B \\
=& \frac{9}{\operatorname{sen} 110^o} \operatorname{sen} 38{,}5^o \Longrightarrow \quad b \simeq 5{,}97
\end{aligned}$$

$\square$

Ejercicio 7(d)

De la regla de los senos

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{12}{\operatorname{sen} 96^o} = \frac{7}{\operatorname{sen} C}$$



$$\begin{aligned}
\operatorname{sen} C =& \frac{c}{b} \operatorname{sen} B \\
=& \frac{7}{12} \operatorname{sen} 96^o = 0{,}52 \Longrightarrow C \simeq 35{,}46^o \\
A + B + C =& 180^o \Longrightarrow \qquad\qquad A \simeq 48{,}54^o \\
a =& \frac{b}{\operatorname{sen} B} \operatorname{sen} A \\
=& \frac{12}{\operatorname{sen} 96^o} \operatorname{sen} 48{,}54^o \Longrightarrow \quad a \simeq 9{,}04
\end{aligned}$$

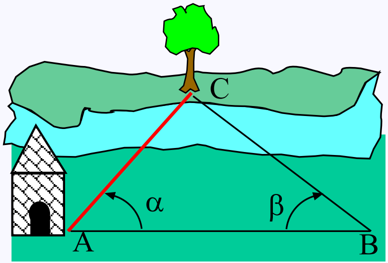
□

Ejercicio 8(a)

Siendo $\alpha = 60^o$ y $\beta = 35^o$, el ángulo $\widehat{C} = 85^o$.

$$\frac{AC}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{AB}{\operatorname{sen}C} \Longrightarrow$$

$$AC = \frac{AB}{\operatorname{sen}C}\operatorname{sen}\beta$$



sustituyendo se tiene

$$AC = \frac{80}{\operatorname{sen}85^o}\operatorname{sen}35^o$$

$$\boxed{AC \approx 46{,}06}$$

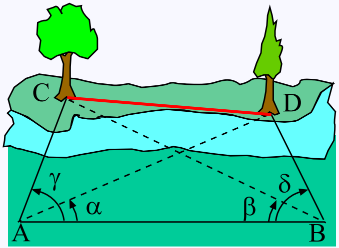
□

Ejercicio 8(b)

Primero calculamos AC en CAB con el teorema del seno

$$\frac{AC}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{AB}{\operatorname{sen}(\pi-\gamma-\beta)} \Longrightarrow$$

$$AC = \frac{AB}{\operatorname{sen}(\pi-\gamma-\beta)}\operatorname{sen}\beta$$



Ahora en el triángulo rectángulo ABD calculamos AD,

$$\frac{AD}{\operatorname{sen}\delta} = \frac{AB}{\operatorname{sen}(\pi-\alpha-\delta)} \Longrightarrow AD = \frac{AB}{\operatorname{sen}(\pi-\alpha-\delta)}\operatorname{sen}\delta$$

Por último con el teorema del coseno hallamos CD con el triángulo ACD

$$CD^2 = AC^2 + AD^2 - 2\,AC\,AD\cos(\gamma-\alpha)$$

□

Ejercicio 9.

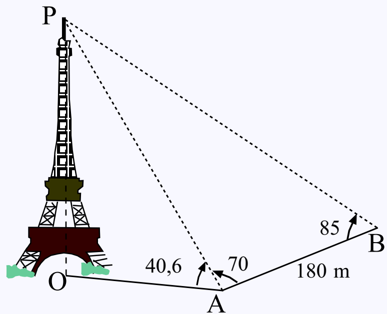
Primero calculamos AP en ABP

$$\frac{AP}{\operatorname{sen} 85} = \frac{180}{\operatorname{sen} 25} \Longrightarrow$$

$$AP = \frac{180}{\operatorname{sen} 25} \operatorname{sen} 85 \approx 424{,}3$$

Ahora en el triángulo rectángulo AOP se tiene,

$$\boxed{h = OP = AP \times \operatorname{sen} 40{,}6 \approx 276{,}1}$$



Ejercicio 9

Ejercicio 10.

a) $a = 10 \quad b = 9 \quad c = 10{,}93 \qquad \hat{A} = 59{,}3^o \quad \hat{B} = 50{,}7^o \quad \hat{C} = 70^o$

b) $a = 12 \quad b = 23{,}63 \quad c = 18{,}38 \qquad \hat{A} = 30^o \quad \hat{B} = 10^o \quad \hat{C} = 50^o$

c) $a = 4 \quad b = 8 \quad c = 10{,}64 \qquad \hat{A} = 18{,}74^o \quad \hat{B} = 40^o \quad \hat{C} = 121{,}25^o$

d) $a = 6 \quad b = 7 \quad c = 8 \qquad \hat{A} = 46{,}56^o \quad \hat{B} = 57{,}9^o \quad \hat{C} = 75{,}5^o$

e) $a = 8 \quad b = 12 \quad c = 20 \Longrightarrow$ no tiene solución.

f) $b = 10, c = 6, \hat{C} = 45^o \Longrightarrow$ no tiene solución.

g) $a = 8{,}16 \quad b = 10 \quad c = 11{,}15 \qquad \hat{A} = 45^o \quad \hat{B} = 60^o \quad \hat{C} = 75^o$

h) $a = 1 \quad b = 1 \quad c = \sqrt{3} \qquad \hat{A} = 30^o \quad \hat{B} = 30^o \quad \hat{C} = 120^o$

Ejercicio 10