1. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2 & -1\\-4 & 2\end{pmatrix}$

   a) ¿Existen las inversas de A y B? Justifica la respuesta
   b) Si es posible, calcular dichas matrices inversas
   c) Resolver la ecuación matricial $A\cdot X\cdot A^t=B$ siendo A^t la matriz traspuesta de A

2. Se considera la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & x & -1\\1 & 1 & 1\\x & x & 0\end{pmatrix}$

   a) Calcula los valores de x para los que no existe la inversa de A.
   b) Para x=3, calcule si es posible A^{-1}

3. Determina según el valor de m el rango de la siguiente matriz:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0 & 2\\1 & -1 & 1 & 3\\-1 & 2 & 4 & 2\\3 & 2 & 4 & m\end{pmatrix}$$

4. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\3 & 4\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2 & 5\\-3 & 1\end{pmatrix}$, resuelva la ecuación matricial $A\cdot X+B^t=B$, donde X es una matriz cuadrada de orden 2.

5. Comprueba que cualquier matriz cuadrada A puede descomponerse como una suma de una matriz simétrica y otra antisimétrica. Aplícalo a la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\4 & 5 & 6\\7 & 8 & 9\end{pmatrix}$

1. **[2,5 puntos]** Se dispone de tres cajas A, B y C con monedas de 1 euro. Se sabe que en total hay 36 euros. En la caja A hay dos monedas más que en las otras dos juntas. Si se traslada una moneda de la caja B a la caja A, ésta última tendrá el doble de monedas que B. Averigua cuántas monedas había en cada caja.

2. **[2,5 puntos]** Halla tres números sabiendo que el primero es igual a dos veces el segundo más la mitad del tercero, que la suma del segundo y del tercero es igual al primero más 1 y que, si al segundo se le resta la suma del primero con el tercero, el resultado es 5.

3. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}3 & 1 & 1\\ 2 & -1 & 1\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$

   a) **[1 punto]** Realiza la siguiente operación: $AB-C$

   b) **[1 punto]** Despeja X de la ecuación $ABX-CX=2C$

   c) **[0,5 puntos]** Halla el valor de X.

4. **[2,5 puntos]** Despeja X y halla su valor en la ecuación matricial: $AX-3I=-X$, donde las matrices A e I son las siguientes: $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$, $I=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

1. Halla tres números sabiendo que el primero es igual a dos veces el segundo más la mitad del tercero, que la suma del segundo y del tercero es igual al primero más 1 y que, si al segundo se le resta la suma del primero con el tercero, el resultado es 5.

Puntuación del ejercicio:

- Presentación de las incógnitas y planteamiento del problema: **1 punto**
- Resolución del mismo mediante el método de Gauss: **1 punto**
- Obtención de las soluciones: **0,5 puntos**

2. Resolver la siguiente ecuación matricial: $AX - 3I = -X$, donde $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Puntuación del ejercicio:

- Procedimiento para despejar la incógnita X: **1 punto**
- Cálculo de la inversa de la matriz correspondiente: **1 punto**
- Obtención de la matriz X: **1 punto**

3. Una fábrica de papel tiene almacenados 4.000 kilos de pasta de papel normal A, y 3.000 kilos de pasta de papel reciclado B. La fábrica produce dos tipos diferentes de cajas de cartón. La caja del tipo 1 está fabricada con 0,2 kilos de A y 0,1 kilos de B, mientras que la caja del tipo 2 está fabricada con 0,2 kilos de A y 0,3 kilos de B. El precio de la caja del tipo 1 es 30 euros/unidad y el precio de la caja del tipo 2 es 40 euros/unidad. ¿Cuántas cajas de cada clase ha de elaborar la fábrica para maximizar sus ventas? ¿Cuál es ese valor máximo de las ventas?

NOMBRE: ______________________________

1) *(Ejemplo en directrices 12-13)* a) Un fabricante de productos lácteos, que vende 3 tipos de productos, leche, queso y nata, a dos supermercados, S y H, ha anotado en la matriz A los pesos en kg de cada producto que vende a cada supermercado y, en la matriz B, las ganancias que obtiene en cada supermercado por cada kg de esos productos:

$$\text{Matriz}A: \quad \begin{array}{c} \\ S \\ H \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \textit{leche} & \textit{queso} & \textit{nata} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 500 & 300 & 250 \\ 460 & 300 & 200 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \text{Matriz}B: \quad \begin{array}{c} \\ S \\ H \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \textit{leche} & \textit{queso} & \textit{nata} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.20 & 4 & 1 \\ 0.25 & 3.60 & 1.20 \end{pmatrix} \end{array}$$

Efectúe el producto $A \cdot B^{t}$ y explique el significado económico de cada uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz resultante. *(2 puntos)*

b) Si las matrices C y D unen los nodos numerados con las etiquetas 1, 2, 3, represente los grafos asociados a dichas matrices de adyacencia: *(1 punto)*

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2) *(2011)* Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Calcule $A^2 - B \cdot C^{t}$. *(2 puntos)*

b) Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X + B = 2 \cdot C$. *(2 puntos)*

3) *(2005)*: Resuelva el siguiente sistema y clasifíquelo atendiendo al número de soluciones: *(3 puntos)*

$$\left.\begin{aligned} x + y + z &= 0 \\ 2x + 3y - z &= 17 \\ 4x + 5y + z &= 17 \end{aligned}\right\}$$

NOMBRE: ______________________________

1) *(Junio 2011 Específica)* Un industrial cafetero **produce dos tipos de café**, natural y descafeinado, en tres modalidades cada uno, A, B y C. **Se han anotado** en la matriz P los pesos, en kg, del café que el industrial produce **de cada una** de las modalidades de cada tipo, y en la matriz Q los precios a los que **vende el kg de** cada producto final:

$$P:\quad \begin{array}{r} \\ \text{natural} \\ \text{descafeinado} \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 550 & 400 & 240 \\ 260 & 200 & 100 \end{pmatrix} \end{array} \qquad Q:\quad \begin{array}{r} \\ \text{natural} \\ \text{descafeinado} \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2'20 & 2'75 & 2'50 \\ 3'20 & 3'90 & 3'60 \end{pmatrix} \end{array}$$

Efectúe el producto $P \cdot Q^t$ y explique el significado económico de cada uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz resultante. *(2 puntos)*

2) *(Septiembre 2012)* Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

a) Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X + A^t = I_2$. *(2 puntos)*

b) ¿Qué requisitos mínimos debe cumplir una matriz B para que pueda efectuarse el producto $A \cdot B$? *(0,5 puntos)*

c) ¿Y para el producto $3 \cdot B \cdot A$? *(0,5 puntos)*

3) *(Selectividad 2012)* Un comerciante quiere dar salida a 400 kg de avellanas, 300 kg de nueces y 400 kg de almendras. Para ello hace dos tipos de lotes: los de tipo A contienen 2 kg de avellanas, 2 kg de nueces y 1 kg de almendras; y los de tipo B contienen 3 kg de avellanas, 1 kg de nueces y 4 kg de almendras. El precio de venta de cada lote es de 20 euros para los del tipo A y de 40 euros para los del tipo B. ¿Cuántos lotes de cada tipo debe vender para obtener el máximo ingreso y a cuánto asciende éste? *(3 puntos)*

4) Discutir y resolver el siguiente sistema aplicando el Método de Gauss en su forma matricial: *(2 puntos)*

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=0 \\ 2x+3y-z=17 \\ 4x+5y+z=17 \end{array}\right\}$$

NOMBRE: ______________________________________

1) *(2011-12)* Un empresario fabrica camisas y pantalones para jóvenes. Para hacer una camisa se necesitan 2 metros de tela y 5 botones, y para hacer un pantalón hacen falta 3 metros de tela, 2 botones y 1 cremallera. La empresa dispone de 1050 metros de tela, 1250 botones y 300 cremalleras. El beneficio que se obtiene por la venta de una camisa es de 30 euros y el de un pantalón es de 50 euros.
Suponiendo que se vende todo lo que se fabrica, calcule el número de camisas y de pantalones que debe confeccionar para obtener el máximo beneficio, y determine este beneficio máximo. *(3,5 puntos)*

2) *(2011-12)* Una fábrica produce dos tipos de productos, A y B, que distribuye a tres clientes. En el mes de enero el primer cliente compró 9 unidades de A y 5 de B, el segundo cliente 3 de A y 7 de B, y el tercer cliente 4 de A y 6 de B.
En el mes de febrero el primer cliente y el segundo duplicaron las compras del mes anterior, y el tercer cliente compró de cada producto una unidad más de las que compró en enero. En marzo, el primer cliente no compró nada, y el segundo y el tercero compraron lo mismo que en febrero.
   a) Para cada mes, construya la matriz de dimensión 3x2 correspondiente a las compras de eses mes. *(1 punto)*
   b) Calcule la matriz de compras del trimestre. *(0,5 puntos)*
   c) Si los precios de los productos A y B son, respectivamente, 80 y 100 euros, calcule lo que factura la fábrica en el primer trimestre, por cada cliente y en total. *(1,5 puntos)*

3) Halle la matriz X que verifique la ecuación matricial $A^2 \cdot X = A - B \cdot C$, siendo A, B y C las matrices *(3,5 puntos)*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

NOMBRE: ____

1) Clasifique el siguiente sistema de ecuaciones y resuélvalo, si es posible. Además, si tuviera más de una solución, diga dos de ellas concretas:

$$\left.\begin{aligned} 3x-y-z&=0 \\ 2x-2y+z&=18 \\ 5x+y-5z&=-36 \end{aligned}\right\}$$

(4 puntos)

2) *(2009)* Sean las matrices:

$$A=\begin{pmatrix} -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\quad \text{y}\quad C=\begin{pmatrix} 5 & -2 & -6 \\ 0 & -3 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Determine X en la ecuación matricial $X\cdot A-2B=C$. *(4 puntos)*

3) Las conexiones por carretera entre cuatro lugares del Pirineo Aragonés, denominadas Escalona (E), Puyarruego (P), Añisclo (A) y Buerba (B) vienen indicadas mediante la matriz de adyacencia siguiente:

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} E & P & A & B \end{array} \\ \begin{array}{c} E \\ P \\ A \\ B \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Construya, en forma de grafo, un esquema del mapa de carreteras con las conexiones entre dichos lugares, indicando los sentidos de circulación en cada tramo, según lo representado en dicha matriz. *(2 puntos)*

NOMBRE: ____

1) Clasifique el siguiente sistema de ecuaciones y resuélvalo, si es posible. Además, si tuviera más de una solución, diga dos de ellas concretas:

$$\left.\begin{array}{r} -4x+4y+3z=1 \\ -5x+3y+2z=-1 \\ -2x+6y+5z=5 \end{array}\right\}$$

(2,5 puntos)

2) (Junio 2001) Para fabricar 2 tipos de cable, A y B, que se venderán a 1€ y 0,60€ el metro, respectivamente, se emplean 16 kg de plástico y 4 kg de cobre para cada hm (hectómetro) del tipo A y 6 kg de plástico y 12 kg de cobre para cada hm del tipo B.
Sabiendo que la longitud de cable fabricado del tipo B no puede ser mayor que el doble de la del tipo A y que, además, no pueden emplearse más de 252 kg de plástico ni más de 168 kg de cobre, determine la longitud, en hm, de cada tipo de cable que debe fabricarse para que la cantidad de dinero obtenida en su venta sea máxima, y a cuánto asciende ésta. *(3,5 puntos)*

3) (2012) a) En un problema de programación lineal, la región factible es la región acotada cuyos vértices son $A(2,-1)$, $B(-1,2)$, $C(1,4)$ y $D(5,0)$. La función objetivo es la función $f(x,y)=2x+3y+k$, cuyo valor máximo, en dicha región, es igual a 19. Calcule el valor de k e indique dónde se alcanza el máximo y dónde el mínimo. *(2 puntos)*

b) Sean las matrices $A=(1\ \ -2\ \ 3)$, $B=\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$. Resuelva, si es posible, la ecuación matricial $B\cdot A+2X=C$. *(2 puntos)*

NOMBRE: ______________________________

1) a) Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$. Determine la matriz X que verifica $B \cdot X = 3A + A^t$. *(1,5 puntos)*

b) Calcule la matriz Y que verifica $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot Y = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ -6 \end{pmatrix}$. *(1 punto)*

2) Un fabricante elabora dos tipos de anillos a base de oro y plata. Cada anillo del primer tipo precisa 4 g de oro y 2 de plata, mientras que cada uno del segundo necesita 3 g de oro y 1 de plata. Sabiendo que dispone de 48 g de oro y 20 de plata y que los precios de venta de cada tipo de anillo son 150 euros el primero y 100 euros el segundo, ¿cuántos anillos de cada tipo tendría que producir para obtener los ingresos máximos? ¿A cuánto ascenderían estos ingresos? *(3 puntos)*

3) Clasifique y resuelva el sistema formado por las tres ecuaciones siguientes, y si tuviera más de una solución, escribir dos soluciones concretas: *(2,5 puntos)*

$$x - 3y + 2z = 0; \quad -2x + y - z = 0; \quad x - 8y + 5z = 0$$

4) Una empresa vende tres artículos diferentes A, B y C, cada uno de ellos en dos formatos, grande y normal. En la matriz F se indican las cantidades de los tres artículos, en cada uno de los dos formatos, que ha vendido la empresa en un mes. En la matriz G se indican las ganancias, en euros, que obtiene la empresa por cada unidad que ha vendido de cada artículo en cada formato

$$F = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 100 & 150 & 80 \\ 200 & 250 & 140 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \leftarrow \text{grande} \\ \leftarrow \text{normal} \end{array} \qquad G = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 6 & 8 & 5 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \leftarrow \text{grande} \\ \leftarrow \text{normal} \end{array}$$

a) Efectúe los productos $F^t \cdot G$ y $F \cdot G^t$. *(1 punto)*

b) Indique en qué matriz se pueden encontrar las ganancias que ha recibido la empresa en ese mes por el total de las unidades vendidas de cada uno de los tres artículos y especifique cuáles son esas ganancias. *(0,5 puntos)*

c) Indique en qué matriz se pueden encontrar las ganancias que ha recibido la empresa en ese mes por el total de las unidades vendidas en cada uno de los dos formatos, especifique cuáles son esas ganancias y halle la ganancia total. *(0,5 ptos)*

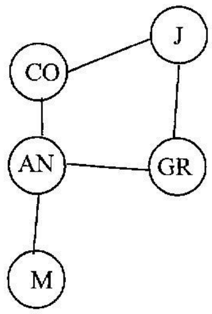
NOMBRE: ____

1) a) Clasificar el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a: *(1.5 ptos)*

$$\left.\begin{aligned} -4x + ay - 2z &= 8 \\ ax + 2y + 5z &= -8 \\ 5x - 8y - z &= -8 \end{aligned}\right\}$$

b) Resolverlo cuando $a = 3$. *(1,5 puntos)*

2) La red de carreteras principales de Andalucía Central puede esquematizarse en el siguiente grafo:



Representar la matriz de adyacencia correspondiente. *(1 punto)*

3) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$.

a) Calcule A^3. *(1 punto)*

b) Determine la matriz X para que $A \cdot X + B \cdot C = D$. *(2 puntos)*

4) Un supermercado se abastece de gambas y langostinos a través de dos mayoristas A y B, que le envían contenedores con cajas completas de ambos productos. El mayorista A envía en cada contenedor 2 cajas de gambas y 3 de langostinos, al precio de 350 euros el contenedor, mientras que el mayorista B envía en cada uno 1 caja de gambas y 5 de langostinos, al precio de 550 euros el contenedor.
El supermercado necesita, como mínimo, 50 cajas de gambas y 180 de langostinos, pudiendo almacenar, como máximo, 50 contenedores.
¿Cuántos contenedores debería pedir el supermercado a cada mayorista para satisfacer sus necesidades con el menor coste posible? Indique cuál sería ese coste mínimo.
(3 puntos)

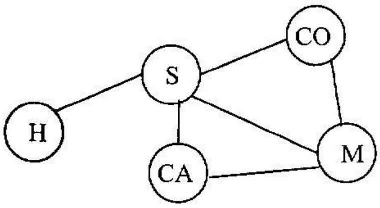
NOMBRE: ____

1) a) Clasificar **el siguiente sistema** de ecuaciones en función del parámetro a: *(1,5 ptos)*

$$\left.\begin{array}{r} -4x+ay-2z=3 \\ ax+2y+5z=-3 \\ 5x-8y-z=-3 \end{array}\right\}$$

b) Resolverlo **cuando** $a=3$. *(1,5 puntos)*

2) La red de **carreteras principales** de Andalucía Occidental puede esquematizarse en el siguiente grafo:



Representar la matriz de adyacencia correspondiente. *(1 punto)*

3) Halle la matriz X que verifique la ecuación matricial $A^2 \cdot X = A - B \cdot C$, siendo A, B y C las matrices: *(3 puntos)*

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},$$

4) Un empresario fabrica camisas y pantalones para jóvenes. Para hacer una camisa se necesitan 2 metros de tela y 5 botones, y para hacer un pantalón hacen falta 3 metros de tela, 2 botones y 1 cremallera. La empresa dispone de 1050 metros de tela, 1250 botones y 300 cremalleras. El beneficio que se obtiene por la venta de una camisa es de 30€ y el de un pantalón es de 50€.
Suponiendo que se vende todo lo que se fabrica, calcule el número de camisas y de pantalones que debe confeccionar para obtener el máximo beneficio, y determine este beneficio máximo. *(3 puntos)*

NOMBRE: ______________________________

Instrucciones: 1) Todos los folios deben tener el nombre y estar numerados en la parte superior. 2) Todas las respuestas deben estar justificadas y simplificadas. 3) No se puede usar corrector ni lápiz. Se aconseja no usar borrador. 4) Se puede alterar el orden de las respuestas, pero no se puede intercalar la respuesta a una pregunta con las de otras.

1) Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -7\\ 2 & -1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -5 & 2\end{pmatrix}$.

   a) Calcular las matrices X e Y para las que se verifica: *(1,3 puntos)*

   $$X+Y=A \quad \text{y} \quad 3X+Y=B.$$

   b) Hallar la matriz Z que verifica $B\cdot Z+B^t=2I_2$. *(1,2 puntos)*

2) Clasificar y resolver el siguiente sistema. Si hubiese más de una solución, dar dos soluciones concretas: *(2,5 puntos)*

$$\begin{cases} x-y-z=-2\\ 2x+3y-z=2\\ 4x+y-3z=-2\end{cases}.$$

3) Escribir el siguiente sistema en forma de ecuación matricial y resolver dicha ecuación matricial, diciendo, además, cuál es la solución del sistema: *(2,5 puntos)*

$$\begin{cases} x-2y+3z &= 2\\ 2x-y+2z &= 2\\ 3x+2y-3z &= 2\end{cases}$$

4) Una fábrica produce dos tipos de productos: A y B. Se pueden fabricar como máximo 10 unidades de A y 15 de B a la semana, y se dispone de 160 horas de trabajo a la semana. Se sabe que la producción de una unidad de A requiere 4 horas de trabajo, y reporta un beneficio de 100 euros, mientras que cada unidad de B necesita 10 horas de trabajo y genera un beneficio de 150 euros. Calcule el número de productos de cada tipo que deben fabricarse semanalmente para que el beneficio sea máximo, y obtenga dicho beneficio. *(2,5 puntos)*

Instrucciones: 1) Todos los folios deben tener el nombre y estar numerados en la parte superior. 2) Todas las respuestas deben estar justificadas y simplificadas. 3) No se puede usar corrector ni lápiz. Se aconseja no usar borrador. 4) Se puede alterar el orden de las respuestas, pero no se puede intercalar la respuesta a una pregunta con las de otras.

1) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -9 & 5 \end{pmatrix}$.

   a) Calcular las matrices X e Y para las que se verifica:
   $$2X - Y = A \quad \text{y} \quad X - 3Y = B.$$ *(1,3 puntos)*

   b) Hallar la matriz Z que verifica $B \cdot Z + B^t = 2I_2$. *(1,2 puntos)*

2) Clasificar y resolver el siguiente sistema. Si hubiese más de una solución, dar dos soluciones concretas: *(2,5 puntos)*

$$\left.\begin{aligned} x + y + z &= 0 \\ 2x + 3y - z &= 17 \\ 4x + 5y + z &= 17 \end{aligned}\right\}$$

3) Escribir el siguiente sistema en forma de ecuación matricial y resolver dicha ecua**ción matricial**, diciendo, además, cuál es la solución del sistema: *(2,5 puntos)*

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 2 \\ 2x - y + 2z = 2. \\ 3x + 2y - 3z = 2 \end{cases}$$

4) **Una empresa monta** dos tipos de ordenadores: fijos y portátiles. La empresa puede **montar como máximo** 10 fijos y 15 portátiles a la semana, y dispone de 160 horas de trabajo **a la semana**. Se sabe que el montaje de un fijo requiere 4 horas de trabajo, y reporta un beneficio de 100 euros, mientras que cada portátil necesita 10 horas de trabajo y genera un beneficio de 150 euros. Calcule el número de ordenadores de cada tipo que deben montarse semanalmente para que el beneficio sea máximo, y obtenga dicho beneficio. *(2,5 puntos)*

1) Consideremos la siguiente operación matricial:

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & 5 \\ -5 & 9 & 17 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 28 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) Realizar las operaciones hasta obtener una igualdad entre dos matrices. *(0,5 ptos)*

b) Igualar cada posición de la matriz final del primer miembro con la del segundo, hasta formar un sistema de ecuaciones, clasificarlo y resolverlo. Si tuviese más de una solución, escribir dos soluciones concretas. *(2 puntos)*

2) Siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, razone si posee solución la ecuación matricial $A \cdot X = B$ y, en casa afirmativo, resuélvala. *(2,5 puntos)*

3) Una fábrica de muebles dispone de 600 kg de madera para fabricar librerías de 1 y de 3 estantes. Se sabe que son necesarios 4 kg de madera para fabricar una librería de 1 estante, siendo su precio de venta 20€. Para fabricar una librería de 3 estantes se necesitan 8 kg de madera y el precio de venta de ésta es 35€. Calcule el número de librerías de cada tipo que se deben fabricar para obtener el máximo ingreso, sabiendo que, por falta de otros materiales, no se pueden fabricar más de 120 librerías de 1 estante, ni tampoco más de 70 de 3 estantes. *(3 puntos)*

4) Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ x & x & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule los valores de x para los que no existe la inversa de A. *(1 punto)*

b) Para $x = 3$, calcule, si es posible, A^{-1}. *(1 punto)*

NOMBRE: ____

Instrucciones: 1) Todos los folios deben tener el nombre y estar numerados en la parte superior. 2) Todas las respuestas deben estar justificadas y simplificadas. 3) No se puede usar corrector ni lápiz. Se aconseja no usar borrador. 4) Se puede alterar el orden de las respuestas, pero no se puede intercalar la respuesta a una pregunta con las de otras.

1) Consideremos la siguiente operación matricial:

$$\begin{pmatrix} -4 & -3 & 2 \\ -3 & 2 & 5 \\ -3 & -15 & -9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) Realizar las operaciones hasta obtener una igualdad entre dos matrices. *(0,5 ptos)*

b) Igualar cada posición de la matriz final del primer miembro con la del segundo, hasta formar un sistema de ecuaciones, clasificarlo y resolverlo. Si tuviese más de una solución, escribir dos soluciones concretas. *(2 puntos)*

2) Resuelva la siguiente ecuación matricial: $A \cdot X - 2B = C$, siendo: *(2,5 puntos)*

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

3) Se quiere organizar un puente aéreo entre dos ciudades, con plazas suficientes de pasaje y carga, para transportar 1600 personas y 96 toneladas de equipaje. Los aviones disponibles son de dos tipos: 11 del tipo A y 8 del tipo B. La contratación de un avión del tipo A cuesta 24000€ y puede transportar 200 personas y 6 toneladas de equipaje. La contratación de uno del tipo B cuesta 6000€ y puede transportar 100 personas y 15 toneladas de equipaje. ¿Cuántos aviones de cada tipo deben utilizarse para que el coste sea mínimo? *(3 puntos)*

4) Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & x & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ x & x & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule los valores de x para los que no existe la inversa de A. *(1 punto)*

b) Para $x = -3$, calcule, si es posible, A^{-1}. *(1 punto)*

NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas. 3)** No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones puede penalizarse con hasta 1 punto** o la **anulación** en caso de usar tinta corregible.

1) Dadas las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}3&-1&0\\-2&1&-1\\0&3&1\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}2&-1\\0&5\\-3&3\end{pmatrix}\quad C=\begin{pmatrix}5&0&0\\-1&3&0\end{pmatrix}\quad D=\begin{pmatrix}-41&-7&30\\-15&15&20\\58&1&60\end{pmatrix}$$

resolver la ecuación matricial $10A\cdot X-B\cdot C=D$. *(3 puntos)*

2) Un industrial cafetero produce dos tipos de café, natural y descafeinado, en tres modalidades cada uno, A, B y C. Se han anotado en la matriz P los pesos, en kg, del café que el industrial produce de cada una de las modalidades de cada tipo, y en la matriz Q los precios a los que vende el kg de cada producto final:

$$P:\ \begin{array}{r}\\ \textit{natural}\\ \textit{descafeinado}\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccc}A&B&C\end{array}\\ \begin{pmatrix}550&400&240\\260&200&100\end{pmatrix}\end{array}\qquad Q:\ \begin{array}{r}\\ \textit{natural}\\ \textit{descafeinado}\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccc}A&B&C\end{array}\\ \begin{pmatrix}2.20&2.75&2.50\\3.20&3.90&3.60\end{pmatrix}\end{array}$$

Efectúe el producto $P\cdot Q^t$ y explique el significado económico de cada uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz resultante. *(1 punto)*

3) Hallar A^{2016}, siendo $A=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$. *(2 puntos)*

4) Clasificar según el número de soluciones y resolver por el método de Gauss en su forma matricial (no es válido ningún otro método) el siguiente sistema. Si tuviera más de una solución, dar dos soluciones concretas: *(2 puntos)*

$$\left.\begin{array}{r}3x-8y-3z=1\\3x-8y+2z=-4\\-3x+8y+8z=-6\end{array}\right\}$$

5) Dada la siguiente matriz, hallar los valores posibles para m sabiendo que hay una fila es combinación lineal de otras: *(2 puntos)*

$$\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&m+1&0\\1&1&m-1\end{pmatrix}$$

NOMBRE: ______________________________

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas. 3)** No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones puede penalizarse con hasta 1 punto** o la **anulación** en caso de usar tinta corregible.

1) Considere las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ -2 & 1 & 1\end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B=\begin{pmatrix}-3 & 3 & 2\\ -8 & 7 & 4\\ 8 & -6 & -3\end{pmatrix}$$

a) Calcule, si es posible, la inversa de A. *(0,5 puntos)*
b) Halle la matriz X que verifica $AX+B=2A$. *(1 punto)*
c) Calcule B^2 y B^{2016}. *(0,2+0,8 puntos)*

2) Clasificar y resolver el siguiente sistema de ecuaciones. Si tuviese más de una solución, dar dos soluciones concretas: *(Clasif: 0,5 – Resol: 1 – Sols concr si bien resuelto: 1)*

$$\left.\begin{aligned}3x-2y-3z&=2\\ 2x+3y+5z&=4\\ -4x+7y+11z&=0\end{aligned}\right\}$$

3) a) Calcular el valor del siguiente determinante sin aplicar la Regla de Sarrus:

$$\begin{vmatrix}-2 & 5 & 3\\ 3 & 2 & 7\\ 4 & -3 & 5\end{vmatrix}$$ *(1,2 puntos)*

b) Hallar los valores de a y b para que se verifique: $B\cdot C^t=A$: *(1,3 puntos)*

$$A=\begin{pmatrix}-1 & -6\\ 2 & 4\end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 2\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix}a & 0 & 1\\ 3 & -1 & b\end{pmatrix}$$

4) Se desea invertir un máximo de 100000 € en dos productos financieros A y B que tienen una rentabilidad del 2% y del 2.5% respectivamente. Se sabe que el producto B exige una inversión mínima de 10000 € y, por cuestiones de riesgo, no se desea que la inversión en B supere el triple de lo invertido en A. ¿Cuánto se debe invertir en cada producto para que el beneficio sea máximo y cuál sería dicho beneficio? *(2,5 p)*

NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y **estar numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas. 3) No se puede** usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar **borrador. 4) Se** puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una **pregunta con** las de otras. **5) Desatender las instrucciones puede penalizarse con hasta 1 punto** o la **anulación** en caso de usar tinta corregible.

1) Sea C la matriz que depende de un parámetro m, **dada por**

$$C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & m \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 17 \end{pmatrix}$$

a) ¿Para qué valores del parámetro m no tiene inversa la matriz C? *(1 punto)*

b) Calcula la matriz inversa de C para $m = 2$ *(1,5 puntos)*

2) Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},\quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Calcule $(A - I_2) \cdot B$, siendo I_2 la matriz identidad de orden 2. *(1 punto)*

b) Calcule la matriz X que verifica $A \cdot X + B = C$. *(1,5 puntos)*

3) Clasificar y dar todas las soluciones del siguiente sistema, resolviéndolo por el método de Gauss. Si tuviera más de una solución, dar una concreta:

$$\left.\begin{aligned} 4x + 3y + 2z &= 4 \\ -3x + 2y + 5z &= 8 \\ -5x + 9y + 17z &= 28 \end{aligned}\right\}$$

(2,5 puntos)

4) Un comerciante quiere dar salida a 400 kg de avellanas, 300 kg de nueces y 400 kg de almendras. Para ello hace dos tipos de lotes: los de tipo A contienen 2 kg de avellanas, 2 kg de nueces y 1 kg de almendras; y los de tipo B contienen 3 kg de avellanas, 1 kg de nueces y 4 kg de almendras. El precio de venta de cada lote es de 20 euros para los del tipo A y de 40 euros para los del tipo B. ¿Cuántos lotes de cada tipo debe vender para obtener el máximo ingreso y a cuánto asciende éste? *(2,5 ptos)*

Examen de Matemáticas aplicadas a las CCSS II – 2º de Bachillerato

1. Se dispone de tres cajas A, B y C con monedas de 1 euro. Se sabe que en total hay 36 euros. En la caja A hay dos monedas más que en las otras dos juntas. Si se traslada una moneda de la caja B a la caja A, ésta última tendrá el doble de monedas que B. Averigua cuántas monedas había en cada caja.

Puntuación del ejercicio:

- Presentación de las incógnitas y planteamiento del problema: **1 punto**
- Resolución del mismo mediante el método de Gauss: **1 punto**
- Obtención de las soluciones: **0,5 puntos**

2. Las exportaciones, expresadas en toneladas, de una comunidad autónoma a otras tres que limitan con ella, denotadas por A, B y C, vienen expresadas en la matriz E. El precio de la tonelada de cada producto, expresado en miles de euros, durante los años 2005 y 2006 viene dado por la matriz P

$$E = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 7 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 2 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \text{Trigo} \\ \text{Cebada} \\ \text{Maíz} \end{array} \qquad P = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{Trigo} & \text{Cebada} & \text{Maíz} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 10 & 21 & 8 \\ 7 & 5 & 9 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 2005 \\ 2006 \end{array}$$

3. Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -6 & 9 \end{pmatrix}$. Encontrar una matriz B de la forma $B = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & z \end{pmatrix}$ tal que $B \cdot B^t = A$ **(2 puntos)**

4. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, resuelve matricialmente la ecuación $ABX - CX = 2C$.

Puntuación del ejercicio:

- Procedimiento para despejar la incógnita X: **1 punto**
- Cálculo de la inversa de la matrices correspondientes: **1 punto** (**Consejo:** llama D a la matriz $AB - C$)
- Obtención de la matriz X: **1 punto**

Alumno:.. ....

1. En la tienda *"Zapeco"* se pueden comprar los artículos A, B y C por un total de 1000 € También por 1000 € se pueden comprar los articulos A, B y C en la tienda *"Prisca"*, si bien en esta última A y B son un 10 % más caros y C un 10 % más barato que en *"Zapeco"*.

(a) ¿Cuál es el precio del artículo C en *"Prisca"*? ¿Y en *"Zapeco"*?(***3 puntos***)

(b) ¿Cuánto cuesta comprar los articulos A y B en *"Zapeco"*? (***3 puntos***)

(c) Si sabemos, además de las condiciones anteriores, que en *"Zapeco"* el artículo B cuesta el doble que A más la décima parte de lo que cuesta C, determina el precio de cada artículo en cada una de las tiendas. (***4 puntos***)

2. Considerar el sistema de inecuaciones: $\begin{cases} y-x \geq -2 \\ -x-y \leq 2 \\ 3x+y \leq 3 \end{cases}$. Se pide:

(a) Representar gráficamente el conjunto S solución de dicho sistema de inecuaciones. (***4 puntos***)

(b) Determinar si $f(x,y)=3x-2y$ alcanza un valor máximo y un valor mínimo en S y, en caso afirmativo, calcular dichos valores y los puntos donde se alcanzan. (***3 puntos***)

(c) Determinar si $g(x,y)=-6x+4y$ alcanza un valor máximo y un valor mínimo en S y, en caso afirmativo, calcular dichos valores y los puntos donde se alcanzan. (***3 puntos***)

3. *(a)* Halla la matriz X que verifica : $A \cdot X \cdot A - B = 0$, siendo $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. (***3'5 puntos***)

(b) Calcula $A^{22} - 12 \cdot A^2 + 2 \cdot A$ sabiendo que $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$(***3'5 puntos***)

(c) Razona si es posible añadir una fila a la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 2 & 7 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ de manera que la matriz resultante tenga por rango 4. (***3 puntos***)

Alumno:.. ....

1. **(a) Discute** el siguiente sistema en función del valor del parámetro *a*. Resuélvelo en el caso a = 2. $\begin{cases} x+2y-az=1 \\ -y+z=0 \\ 2x+z=a \end{cases}$ ***(6 puntos)***

(b) Escribe un ejemplo de un sistema homogéneo compatible e indeterminado. Razona la respuesta. (tres ecuaciones, tres incógnitas). ***(2 puntos)***

(c) Si a un sistema incompatible, de dos ecuaciones con dos incógnitas, le añadimos otra ecuación, ¿podemos lograr un sistema compatible e indeterminado?. Razona la respuesta y escribe un ejemplo. ***(2 puntos)***

2. Una cooperativa textil fabrica pantalones y camisas. La fabricación de los pantalones necesita 2 horas de trabajo y la de camisas 3 horas. Por cada camisa los almacenes *"Corteglén"* pagan 30 €, y por cada pantalón 20 €.

Disponen de 1.400 horas de trabajo y tienen el compromiso de fabricar 100 unidades, o más, de cada tipo de prenda y el número de pantalones debe ser al menos el doble que el de camisas. Se pide:

(a) ¿Cómo deben organizar la producción para tener una ganancia máxima? ***(6 puntos)***

(b) ¿Se puede quitar alguna restricción sin que la solución varíe? Razona la respuesta. ***(1 punto)***

(c) Si se suprime la restricción del número de horas disponible, ¿varía la respuesta del apartado **(a)**? En caso de que varíe, calcula la nueva solución. ***(3 puntos)***

3. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 0 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}$, se pide:

(a) Calcula el rango de la matriz C. ***(3 puntos)***

(b) Halla la matriz inversa de A y la inversa de B. ***(4 puntos)***

(c) Calcula una matriz X tal que: $A\cdot X\cdot B=C$ ***(3 puntos)***