



XXII CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2015



Nivel 5 (1º de Bachillerato.)

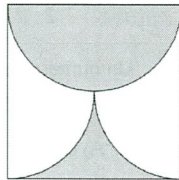
Día 24 de marzo de 2015. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras ni instrumento electrónico de ningún tipo. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

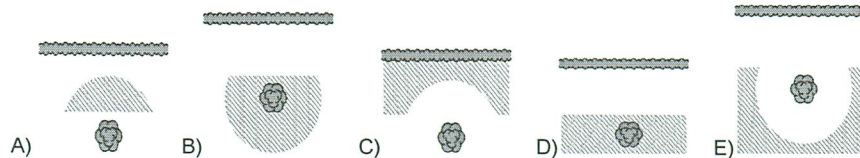
- 1 ¿Cuál de los siguientes números es más próximo a $20,15 \times 51,02$?
 A) 100 B) 1000 C) 10000 D) 100000 E) 1000000
- 2 La madre cuelga camisetas en hilera en la cuerda de tender la ropa. Luego le pide a sus hijos que coloquen un calcetín (solamente uno) entre cada dos camisetas. Así, hay 29 prendas de vestir colgadas. ¿Cuántas de ellas son camisetas?
 A) 10 B) 11 C) 13 D) 14 E) 15

- 3 La parte gris del cuadrado de lado a está limitada por un semicírculo y dos arcos de cuadrante. ¿Cuál es su área?
 A) $\frac{\pi a^2}{8}$ B) $\frac{a^2}{2}$ C) $\frac{\pi a^2}{2}$ D) $\frac{a^2}{4}$ E) $\frac{\pi a^2}{4}$



- 4 Tres hermanas, Ana, Eva e Inés, compran una bolsa de 30 caramelos. Cada una de ellas coge 10. Ana paga 80 céntimos, Eva paga 50 céntimos e Inés paga 20 céntimos. Si hubieran repartido los caramelos proporcionalmente a lo que pagó cada una, ¿cuántos caramelos más habría recibido Ana?
 A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

- 5 Quiero buscar un recuerdo que enterré en mi jardín hace años. Solamente recuerdo que lo enterré a más de 5 m de distancia de la verja y a menos de 5 m del tronco del viejo árbol. ¿Cuál de las siguientes figuras representa la región donde debo buscar?



- 6 ¿Cuál es la cifra de las unidades del número $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$?
 A) 1 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

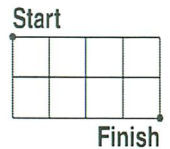
- 7 Una clase tiene 33 estudiantes. Cuando se les pregunta cuál es su materia favorita, todos dicen Informática o Educación Física. Tres estudiantes dicen las dos materias. Hay el doble de alumnos que prefieren solo Informática que los que prefieren solo Educación Física. ¿Cuántos prefieren Informática?
 A) 15 B) 18 C) 20 D) 22 E) 23
- 8 ¿Cuál de los siguientes números no es ni cuadrado ni cubo perfecto?
 A) 6^{13} B) 5^{12} C) 4^{11} D) 3^{10} E) 2^9
- 9 Tengo 100 velas. Cada día enciendo una, y hago una nueva con la cera sobrante de 7 ya utilizadas. ¿Después de cuántos días tendré que ir a comprar más velas?
 A) 112 B) 114 C) 115 D) 116 E) 117
- 10 El número de ángulos rectos en un pentágono convexo es n . ¿Cuál de las siguientes es la lista completa de los posibles valores de n ?
 A) 1, 2, 3 B) 0, 1, 2, 3, 4 C) 0, 1, 2, 3 D) 0, 1, 2 E) 1, 2

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

- 11 Las figuras muestran mi dado en tres posiciones diferentes. ¿Cuál es la probabilidad de obtener YES con este dado?
 A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$



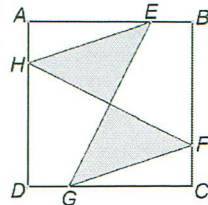
- 12 La longitud del lado de cada cuadrado de la figura es 1. ¿Cuál es la menor distancia posible a recorrer para ir desde "Start" (en vértice superior izquierdo) hasta "Finish" (en vértice inferior derecho), si se puede mover a lo largo de los lados o de las diagonales de cada cuadrado?
 A) $2\sqrt{5}$ B) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ C) $2 + 2\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 6



- 13 Cada habitante de un extraño planeta extragaláctico tiene, al menos, dos orejas. Tres de sus habitantes, llamados Imi, Dimi y Trimi se encuentran en un cráter. Imi dice: "Puedo ver 8 orejas". Dimi: "Puedo ver 7 orejas". Trimi: "Qué raro, yo solo puedo ver 5 orejas. Ninguno de ellos puede ver sus propias orejas. ¿Cuántas orejas tiene Trimi?
 A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

- 14 Un recipiente con forma de prisma rectangular, cuya base es un cuadrado de lado 10 cm, se llena de agua hasta una altura de h cm. Un cubo sólido, de arista 2 cm, se echa en el recipiente. El menor valor posible de h tal que el cubo queda completamente sumergido en el agua es:
 A) 1,92 cm B) 1,93 cm C) 1,90 cm D) 1,91 cm E) 1,94 cm

- 15 El cuadrado ABCD tiene de área 80. Los puntos E, F, G y H están en los lados del cuadrado y son tales que $3EB = AE = BF = CG = DH$. ¿Cuál es el área de la parte gris?



- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

- 16 Hoy, el producto de las edades (números enteros) de un padre y su hijo es 2015. ¿Cuánto vale la diferencia de esas edades?

- A) 26 B) 29 C) 31 D) 34 E) 36.

- 17 En un triángulo rectángulo, la bisectriz de uno de sus ángulos agudos divide al lado opuesto en segmentos de longitudes 1 y 2. ¿Cuál es la longitud de la bisectriz?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{4}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$

- 18 Si las dos raíces de la ecuación $x^2 - 85x + c = 0$ son números primos, ¿cuál es el valor de la suma de las cifras de c?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 21

- 19 ¿Cuántos enteros positivos de tres cifras hay, tales que dos cifras adyacentes cualesquiera difieran en 3?

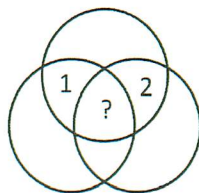
- A) 12 B) 14 C) 16 D) 20 E) 27

- 20 ¿Cuál de los siguientes es un contraejemplo de la proposición "Si n es primo, entonces exactamente uno de los números $n - 2$ y $n + 2$ es primo"?

- A) $n=11$ B) $n=19$ C) $n=21$ D) $n=29$ E) $n=37$

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

- 21 La figura muestra siete regiones contenidas en tres círculos. Se escribe un número en cada región, de manera que cada uno de ellos sea igual a la suma de los números de las regiones contiguas (Llamamos contiguas a dos regiones cuyas fronteras tienen más de un punto común). Ya se han colocado dos números, como se ve en la figura. ¿Qué número debe escribirse en la región central, marcada con el signo de interrogación?



- A) 0 B) -3 C) 3 D) -6 E) 6

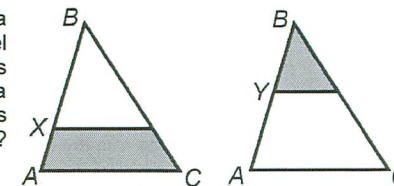
- 22 Petra tiene en una estantería tres diccionarios distintos y dos novelas distintas. ¿De cuántas maneras puede colocar los libros si quiere mantener los tres diccionarios juntos y las dos novelas juntas?

- A) 12 B) 24 C) 30 D) 60 E) 120

- 23 ¿Cuántos números de dos cifras se pueden escribir como suma de seis (y solo seis) potencias de 2, distintas entre sí, incluyendo 2^0 ?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

- 24 En el triángulo ABC, podemos trazar una recta paralela a la base AC, por el punto X o por el punto Y. Las áreas grises de las regiones resultantes que se ven en la figura son iguales. La razón $BX:XA$ tiene el valor $BX:XA=4:1$. ¿Cuál es el valor de la razón $BY:YA$?



- A) 1:1 B) 2:1 C) 3:1 D) 3:2 E) 4:3

- 25 Sabiendo que $3^{-y}=2$ y $2^{x+1}=18$, ¿cuál es el valor de $\frac{1}{xy} - xy$?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $-\frac{3}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$

- 26 Un número de dos cifras, con cifras a y b, se escribe como \overline{ab} . Sean a, b, c cifras distintas. ¿De cuántas maneras se pueden elegir estas tres cifras de modo que $\overline{ab} < \overline{bc} < \overline{ca}$?

- A) 84 B) 96 C) 125 D) 201 E) 302

- 27 Cuando eliminamos uno de los números 1, 2, 3, ..., n-1, n, el promedio de los restantes es 4,75. ¿Qué número se eliminó?

- A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) Imposible saberlo

- 28 En uno de los vértices de un cubo de arista 1 hay una hormiga. Quiere caminar a lo largo de todas las aristas del cubo y volver al punto de partida, de manera que la longitud total de su recorrido sea la menor posible. ¿Cuál es esta longitud?

- A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 20

- 29 Se escriben diez números distintos. Se subraya cada número que sea igual al producto de los otros nueve. ¿Cuántos números, como máximo, se pueden subrayar?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 9 E) 10

- 30 Se marcan varios puntos en una recta, y se indican todos los posibles intervalos abiertos cuyos extremos son dos de esos puntos. Uno de los puntos está en 80 intervalos, y otro en 90. ¿Cuántos puntos se marcaron en la recta?

- A) 20 B) 22 C) 80 D) 90 E) Es imposible determinarlo