

No se permite el uso de calculadoras ni instrumento electrónico de ningún tipo. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1 Andrea nació en 1997 y su hermana menor Carlota en 2001. La diferencia de edad entre ellas es, en cualquier caso,

- A) menos de 4 años B) por lo menos 4 años C) exactamente 4 años
D) más de 4 años E) no es menor de 3 años

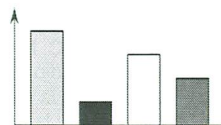
2 La expresión $(a-b)^5 + (b-a)^5 =$

- A) 0 B) $2(a-b)^5$ C) $2a^5 - 2b^5$ D) $2a^5 + 2b^5$ E) $2a^5 + 10a^4b + 20a^2b^2 + 10ab^4 + 2b^5$

3 ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación $2^{2x} = 4^{x+1}$?

- A) 0 B) Infinitas C) 2 D) 1 E) 3

4 Diana dibuja un diagrama de barras para representar las cantidades de las cuatro especies de árboles vistas durante una excursión de biología. Un compañero suyo cree que un diagrama de sectores representaría mejor las razones entre las diferentes especies. ¿Cuál sería el aspecto del diagrama de sectores correspondiente al de barras de Diana?



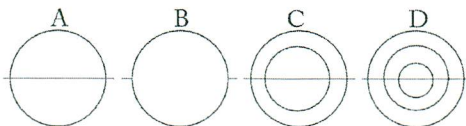
- A) B) C) D) E)

5 Sumamos los 31 enteros desde 2001 hasta 2031, y dividimos la suma por 31. ¿Qué resultado obtenemos?

- A) 2012 B) 2013 C) 2015 D) 2016 E) 2496

6 ¿Cuántas de las siguientes figuras se pueden dibujar con un trazo continuo sin dibujar dos veces el mismo segmento?

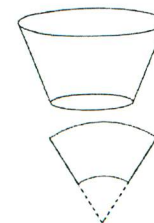
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



7 ¿Cuál de las siguientes opciones es la lista completa del número de ángulos agudos que puede tener un cuadrilátero convexo?

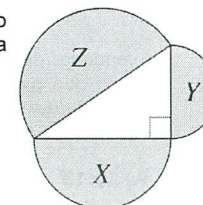
- A) 0, 1, 2 B) 0, 1, 2, 3 C) 0, 1, 2, 3, 4 D) 0, 1, 3 E) 1, 2, 3

8 Un vaso tiene la forma de un tronco de cono (véase la figura). El exterior del vaso (sin la base) debe forrarse con papel de color. ¿Qué forma debe tener el papel para cubrir completamente la parte exterior, sin solapamientos?



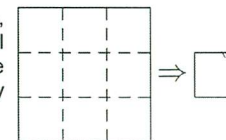
- A) rectángulo B) trapecio C) sector circular D) una tira de paralelas E) parte de un sector circular

9 Tres semicírculos tienen como diámetros los lados de un triángulo rectángulo. Sus áreas son $X \text{ cm}^2$, $Y \text{ cm}^2$ y $Z \text{ cm}^2$, como se ve en la figura. ¿Cuál de las siguientes expresiones es necesariamente cierta?



- A) $X+Y < Z$ B) $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = \sqrt{Z}$ C) $X+Y=Z$
D) $X^2 + Y^2 = Z^2$ E) $X^2 + Y^2 = Z$

10 Un cuadrado de papel se dobla a lo largo de las líneas de puntos, una vez tras otra, en cualquier orden o dirección, hasta conseguir el cuadrado que se ve en la figura. De ese cuadrado resultante se recorta una esquina y se desdobra el papel. ¿Cuántos agujeros hay en el papel desdoblado?



- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 9

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

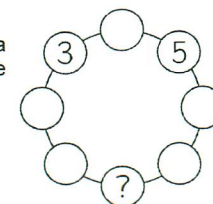
11 Calcular $\sqrt{(2015 + 2015) + (2015 - 2015) + (2015 \times 2015) + (2015 : 2015)} =$

- A) $\sqrt{2015}$ B) 2015 C) 2016 D) 2017 E) 4030

12 Las gráficas de las funciones $f(x) = 2-x^2$ y $g(x) = x^2 - 1$ y el eje x dividen el plano cartesiano en

- A) 7 regiones B) 8 regiones C) 9 regiones D) 10 regiones E) 11 regiones

13 Elisa quiere escribir un número en cada círculo de manera que cada número sea igual a la suma de los dos contiguos. ¿Qué número debe escribir en el círculo que tiene el signo de interrogación?



- A) -5 B) -16 C) -8 D) -3 E) No puede hacerlo

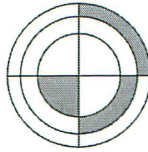
14 Dados cinco enteros positivos distintos, a, b, c, d, e , se sabe que $c:e = b : a+b=d$ y que $e-d=a$. ¿Cuál de los cinco números iniciales es el mayor?

- A) a B) b C) c D) d E) e

15 La media geométrica de un conjunto de n números positivos se define como la raíz n -ésima de su producto. La media geométrica de un conjunto de tres números es 3 y la de otro conjunto de tres números es 12. ¿Cuál es la media geométrica del conjunto combinado de los 6 números?

- A) 4 B) 6 C) $\frac{15}{2}$ D) $\frac{16}{5}$ E) 36

16 En la figura adjunta hay tres círculos concéntricos y dos diámetros perpendiculares. Si las tres regiones grises tienen la misma área y el radio del círculo más pequeño es 1, ¿cuánto vale el producto de los tres radios?



- A) $\sqrt{6}$ B) 3 C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D) $2\sqrt{2}$ E) 6

17 Un vendedor de automóviles compra dos coches. Vende el primero con un beneficio del 40% sobre lo que pagó por él y el segundo con un beneficio del 60% de lo que pagó por él. La cantidad de dinero que recibió por los dos coches (en conjunto) fue el 54% más de lo que pagó por ambos. La razón de los precios que pagó el vendedor por el primero y el segundo coche fue:

- A) 10:13 B) 20:27 C) 3:7 D) 7:12 E) 2:3

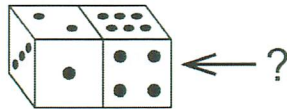
18 Cuqui tiene un dado con los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6 en sus caras. Tina tiene un dado especial: en sus caras tiene los números 2, 2, 2, 5, 5, 5. Cuando Cuqui y Tina lanzan sus dados, la que saca el mayor número gana. Si los dos números son iguales, hay empate. ¿Cuál es la probabilidad de que Tina gane?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{7}{18}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{11}{18}$

19 Tenemos 2015 fichas en una caja, numeradas de 1 a 2015. Las fichas tales que la suma de las cifras de sus números son iguales son del mismo color, y las que tienen esas sumas distintas, tienen distinto color. ¿De cuántos colores distintos son las fichas de la caja?

- A) 10 B) 27 C) 28 D) 29 E) 2015

20 En un dado la suma de los números de dos caras opuestas es siempre 7. Tenemos dos dados idénticos, en la posición indicada en la figura. ¿Qué número hay en la cara (no visible) de la derecha, marcada con el signo de interrogación?



- A) Solo 5 B) Solo 2 C) Cualquiera de los números 2, 5
D) Cualquiera de los números 1,2,3, 5 E) Cualquiera de los números 2, 3, 5

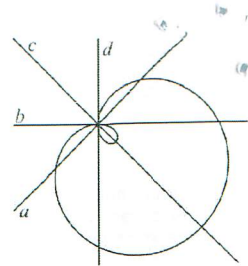
Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 La figura muestra la tabla de multiplicar de 1 a 10.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | ... | 10 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | ... | 10 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | ... | 20 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | ... | 30 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 10 | 10 | 20 | 30 | ... | 100 |

- ¿Cuál es la suma de los 100 productos de la tabla completa?
A) 1000 B) 2025 C) 2500 D) 3025 E) 5500

22 La curva de la figura está descrita por la ecuación $(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 2(x^2 + y^2)$. ¿Cuál de las rectas a, b, c, d , representa el eje "y"?



- A) a B) b C) c D) d E) Ninguna de las anteriores

23 Cuando se leen las siguientes proposiciones de izquierda a derecha, ¿cuál es la primera proposición que es cierta?

- A) C) es cierta B) A) es cierta. C) E) es falsa D) B) es falsa E) $1+1=2$

24 ¿Cuántos polígonos regulares hay cuyos ángulos (en grados) son números enteros?

- A) 17 B) 18 C) 22 D) 25 E) 60

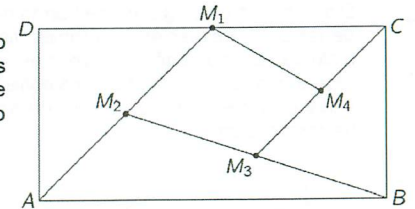
25 ¿Cuántos enteros positivos de 3 cifras se pueden representar como suma de nueve (y solo nueve) potencias de 2, distintas entre sí, incluyendo 2^0 ?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

26 ¿Cuántos triángulos ABC hay, rectángulos en B y tales que el lado AB mide 20 y las medidas de sus otros dos lados son números enteros?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

27 En el rectángulo ABCD de la figura, M_1 es el punto medio de DC; M_2 es el punto medio de AM_1 ; M_3 es el punto medio de BM_2 ; y M_4 es el punto medio de CM_3 . Hallar la razón entre el área del cuadrilátero $M_1M_2M_3M_4$ y la de ABCD



- A) $\frac{7}{16}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{7}{32}$ D) $\frac{9}{32}$ E) $\frac{1}{5}$

28 Se dibujan rectángulos azules y rojos. Exactamente 7 de los rectángulos son cuadrados. Hay 3 rectángulos rojos más que cuadrados azules. Hay 2 cuadrados rojos más que rectángulos azules. ¿Cuántos rectángulos azules se han dibujado?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 10

29 96 miembros de un club de numerólogos están formados en círculo. Comienzan a decir números 1, 2, 3, ... sucesiva y ordenadamente según su posición en el círculo. Todo el que dice un número par abandona el círculo, y el resto continúa diciendo números, empezando esta segunda ronda en el 97. Continúan de esta forma hasta que solamente queda uno en el círculo. ¿Qué número dijo éste en la primera ronda?

- A) 1 B) 17 C) 33 D) 65 E) 95

30 Ana y Eva reemplazan las letras de la palabra KANGAROO por cifras, de manera que los dos números resultantes sean múltiplos de 11. Reemplazan letras distintas por cifras distintas, y letras iguales por cifras iguales ($K \neq 0$). Ana obtiene el mayor número posible y Eva el menor. En ambos casos, una de las letras fue reemplazada por la misma cifra. ¿Cuál es ésta?

- A) 0 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6