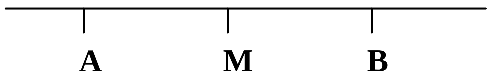
TEMA 8 – GEOMETRÍA ANALÍTICA

8.1 RELACIONES ENTRE PUNTOS DEL PLANO

4º 8.1.1 PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO

4º Dados dos puntos $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$



Las coordenadas del punto medio de un segmento son la semisuma de las coordenadas de sus extremos: $M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

4º 8.1.2 COMPROBACIÓN SI TRES PUNTOS ESTÁN ALINEADOS

4º Si tres puntos $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$ están alineados, entonces los dos triángulos son semejantes, y por tanto sus lados son proporcionales

Los puntos A, B y C estarán alineados si $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$

8.2 ECUACIONES DE RECTAS

8.2.1 DEFINICIÓN

La ecuación de una recta es una relación algebraica entre las coordenadas (x, abscisa e y, ordenada) de todos sus puntos.

En la ecuación de una recta, llamamos (x,y) a las coordenadas de un punto cualquiera, variable. Se suele denominar **punto genérico** de la recta.

8.2.2 BISECTRICES DE LOS CUADRANTES

La bisectriz del primer cuadrante (línea roja), tiene la peculiaridad de que sus puntos (0,0), (1,1), (7,7), (-4,-4),…. Tienen iguales sus coordenadas. Por eso, su ecuación es : **y = x**

La bisectriz del segundo cuadrante (línea azul), tiene la peculiaridad de que sus puntos (0,0), (1,-1), (-7,7), (4,-4),…. Tienen sus coordenadas iguales pero de distinto signo. Por eso, su ecuación es : **y = -x**

8.2.3 OTRAS RECTAS QUE PASAN POR EL ORIGEN

Las rectas que pasan por el origen de coordenadas tienen por ecuación y = mx, donde m es la pendiente.

8.2.4 RECTAS PARALELAS A LOS EJES

Las rectas paralelas al eje X son de la forma y = k.
El propio eje X tiene de ecuación y = 0

Las rectas paralelas al eje Y son de la forma x = k.
El propio eje Y tiene de ecuación x = 0

8.2.5 ECUACIÓN DE UNA RECTA QUE PASA POR DOS PUNTOS

Dados dos puntos A(x_1,y_1), (x_2,y_2)

Pendiente de una recta: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Tomando uno cualquiera de los puntos, por ejemplo A(x_1,y_1) y la pendiente, m, la ecuación de la recta es: $y - y_1 = m.(x - x_1)$

8.3 PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD

4º 8.3.1 PENDIENTE DE RECTAS PARALELAS

4º Dos rectas paralelas tienen la misma inclinación, por tanto tienen la misma pendiente.

4º 8.3.2 PENDIENTE DE UNA RECTA PERPENDICULAR A OTRO

4º Las pendientes m_1 y m_2 de dos rectas perpendiculares se relacionan así:

$$m_1.m_2 = -1 \Rightarrow m_2 = -\frac{1}{m_1}$$

8.4 POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS

4º 8.4.1 POSICIÓN RELATIVA DE DOS RECTAS

4º Dos rectas en el plano, pueden ser:

- Coincidentes : Tienen infinitos puntos en común
- Secantes: Tienen un punto en común
- Paralelas: No tienen ningún punto en común

4º 8.4.2 ESTUDIO DE LA POSICIÓN RELATIVA DE DOS RECTAS

4º **Analíticamente:** Resolvemos el sistema

- No tiene solución: Paralelas
- Una solución: Secantes
- Infinitas soluciones: Coincidentes

Gráficamente: Dibujar las dos rectas en los mismos ejes

8.5 DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

4º 8.5.1 DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

4º La distancia entre dos puntos $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ se halla aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo rojo: $\text{dist}(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

8.6 ECUACIÓN DE UNA CIRCUNFERENCIA

4º 8.6.1 ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

4º Todos los puntos de la circunferencia cumplen que su distancia al centro es igual al radio. Aplicaremos esta propiedad para hallar la ecuación de un circunferencia de **centro C(a,b) y radio r**. Llamamos P(x,y) a un punto cualquiera (punto genérico) de la circunferencia: $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r$

Elevando al cuadrado: $\mathbf{(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2}$

8.7 REGIONES EN EL PLANO

La ecuación de una recta o de una circunferencia determina regiones en el plano.

Una recta y = mx + n $\begin{cases} \text{Región1}: y > mx + n \\ \text{Región2}: y < mx + n \end{cases}$

Una circunferencia: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ $\begin{cases} \text{Interior}: (x-a)^2 + (y-b)^2 < r \\ \text{Exterior}: (x-a)^2 + (y-b)^2 > r \end{cases}$

Los sistemas de inecuaciones sirven para describir recintos que se obtienen como intersección de los anteriores.